2 Metódy intervalovej aproximácie minima funkcie jednej premennej

2.1 Metóda bisekcie.

Vytvorte funkciu `bisekcia(df,a0,b0,eps,n)`, ktorej vstupmi budú predpis derivácie funkcie df, okrajové body intervalu neurčitosti $[a_0, b_0]$, požadovaná dĺžka ϵ výsledného intervalu neurčitosti a počet povolených experimentov n. Výstupom tejto funkcie nech je výsledný interval neurčitosti $[a, b]$, počet potrebných iterácií k a čas výpočtu t.

2.2 Metóda náhodnej bisekcie.

Vytvorte funkciu `nbisekcia(df,a0,b0,eps,n)` s rovnakými vstupmi a výstupmi ako pri metóde bisekcie.

2.3 Metóda zlatého rezu.

Vytvorte funkciu `zlatyrez(f,a0,b0,eps,n)`, ktorej vstupmi budú predpis funkcie f, okrajové body intervalu neurčitosti $[a_0, b_0]$, požadovaná dĺžka ϵ výsledného intervalu neurčitosti a počet povolených experimentov n. Výstupy nech sú rovnaké ako pri metóde bisekcie.

2.4 Testovanie metód.

Otestujte vytvorené funkcie `bisekcia, nbisekcia, zlatyrez` na funkciách

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -5x^5 + 4x^4 - 12x^3 + 11x^2 - 2x, \quad & I_1 &= [-\tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{2}], \\ f_2(x) &= \ln^2(x-2) + \ln^2(10-x) - x^{0.2}, \quad & I_2 &= [8,\ 9.5]. \end{aligned}$$

Dané funkcie a ich derivácie definujte ako *anonymous function* príkazmi

```
f = @(x) x^2/2 - x,
df = @(x) x - 1.
```

2.5 Porovnanie metód.

Vytvorte program, ktorý bude porovnávať uvedené metódy. Zvoľte fixnú toleranciu (napr. $\varepsilon = 10^{-6}$) a fixný počet povolených experimentov ($n = 50$) a pre jednotlivé funkcie porovnajte v tabuľke

- nájdené ε-presné riešenie pre danú metódu,
- počet iterácií potrebných na nájdenie tohto riešenia,
- trvanie výpočtu.

Na základe údajov z tabuliek vyvoďte závery k porovnaniu daných metód.

2.6 Niečo na zamyslenie.

Uvažujme funkciu

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - x$$

na intervale $[0, 1000]$.

a) Pomocou derivácie funkcie f určte jej minimum.

b) Nájdite minimum funkcie f metódou bisekcie a náhodnej bisekcie. Porovnajte tieto metódy na základe kritérií z predošlej úlohy. Javí sa jedna z nich výrazne lepšia? Ak áno, napíšte ktorá a poskúste sa zdôvodniť prečo.

2.7 Ukončenie zadania.

Vyplňte zadanie a nezabudnite ho uložiť. Do svojho priečinka nahrajte všetky matlabovské súbory t.j. funkcie `bisekcia, nbisekcia, zlatyrez` a skript, v ktorom tieto metódy porovnávate, prípadne vykresľujete.

Popis algoritmov

Bisekcia

Vstupy: $f(x), df(x), a, b, \epsilon, n$
Schéma algoritmu:

1. Vypočítame stred intervalu neurčitosti $c = \frac{a+b}{2}$.
2. Ak $df(c) > 0$, tak $b = c$, inak (ak $df(c) \leq 0$) $a = c$.
3. Koniec, ak $b - a < \epsilon$.

Náhodná bisekcia

Rovnaký algoritmus ako v metóde bisekcie. Jediný rozdiel je v tom, že sa hodnota derivácie nevyhodnocuje v strede intervalu $[a, b]$, ale v náhodne zvolenom bode intervalu $[a, b]$ t.j.

$$c = rand(1) * (b - a) + a.$$

Metóda zlatého rezu

Vstupy: $f(x), a, b, \epsilon, n$
Schéma algoritmu:

1. Vypočítame $\rho = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $z_1 = 2 - \rho$, $z_2 = \rho - 1$.
2. Uzly $c_1 < c_2$ volíme podľa pravidla zlatého rezu:
$$c_1 = a + z_1(b - a), \quad c_2 = a + z_2(b - a).$$
3. Ak $f(c_1) < f(c_2)$, tak
$$b = c_2, \quad c_2 = c_1, \quad c_1 = a + z_1(b - a),$$
inak (ak $f(c_1) \geq f(c_2)$)
$$a = c_1, \quad c_1 = c_2, \quad c_2 = a + z_2(b - a).$$
4. Koniec, ak $b - a < \epsilon$.