

Vplyv pólového usporiadania magnetov na magnetické ložisko

J. VLNKA, D. ŠEVČOVIČ, W. LABABNEH

Anotácia

V článku sú zhrnuté teoretické pojednania o možnom usporiadaní pólovania magnetov v magnetickom ložisku a ich vplyv na vytváranie harmonických spektier.

Zoznam použitých označení

b_n – Fourierov koeficient rozvoja
 $f(x)$ – jednotková funkcia
 a_0, a_n – Fourierov koeficient rozvoja
 α – uhol

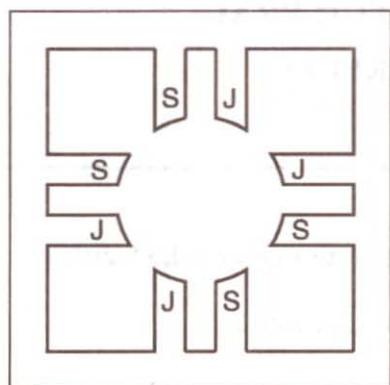
1. Úvod

V súčasnosti pri hľadaní nových technických riešení v strojárstve je jedna z ciest vývoj nekonvenčných ložísk. Napriek vývoju klasických ložísk, ktorými je neustále venovaná veľká pozornosť, nie sú v dostupnej literatúre k dispozícii dostatočné informácie týkajúce sa perspektívnych magnetických ložísk. V literatúre chýbajú presnejšie údaje o konštrukcii, o usporiadaní magnetov magnetického ložiska a presnejších numerických metódach. Tiež možno v našich podmienkach konštatovať nedostatok praktických skúseností so stavbou a prevádzkou magnetických ložísk. Cieľom tejto práce je poukázať na možné konštrukčné usporiadanie magnetov v magnetickom ložisku.

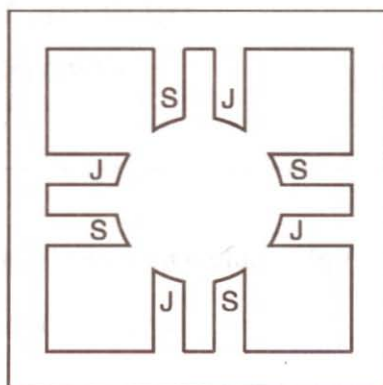
Konštrukčné usporiadanie magnetických pólov statora magnetického ložiska môže byť nasledovné: SSJJ, JSJ, SSS a JJJJ, obr.1.

Magnetické póly môžu byť usporiadané striedavo SSJJSSJJ, tento typ nazývame skrátene SSJJ, resp. SJSJSJSJ, nazývaného skrátene SJSJ. Ak sú magnetické póly usporiadané identicky, hovoríme

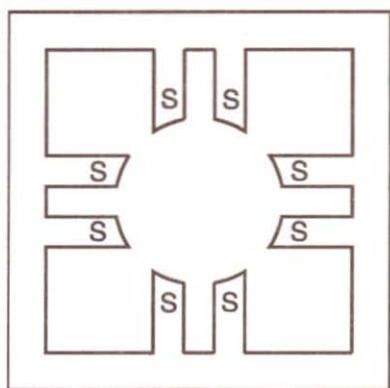
Ing. Ján Vlnka, Katedra strojárskej aplikovanej elektrotechniky, Strojnícka fakulta STU, nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava, RNDr. Daniel Ševčovič, CSc., KMA Matematicko – fyzikálna fakulta UK, 842 15 Bratislava, PhD. Wasef Lababneh, Amman University, College for Applied Engineering, Jordan



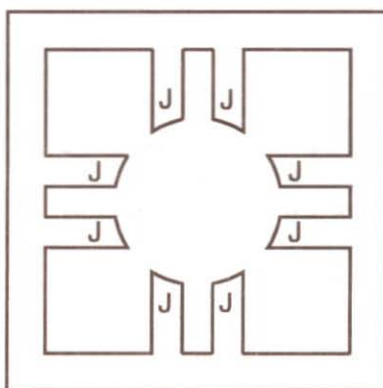
a



b



c



d

Obr.1 Typy magnetického usporiadania pólov magnetického ložiska. Striedavé usporiadanie pólov: a) typ SSJJ, b) typ SJSJ. Monopólové usporiadanie pólov: c) typ SSSS, d) typ JJJJ
 Fig.1 Types of Magnetic poles arrangement. Alternating poles arrangement: a) type SSNN, b) type NSNS. Monopole (identic) poles arrangement: c) type NNNN, d) type SSSS

o monopólovom usporiadaní magnetických pólov, usporiadanie môže byť monopólné SSSSSSSS, tento typ skrátene nazývame SSSS, resp. monopól JJJJJJJJ, je to monopól skrátene nazývaný monopól typu JJJJ obr.1. Vzniklé magnetické polia z týchto pólov, môžeme analyzovať pomocou Fourierovho radu.

Fourierovu analýzu robíme pre prípad, ak nie je braný do úvahy rozptylový tok.

Z rozloženia magnetických polí za predpokladu, že neuvažujeme rozptylový tok a magnetickú indukciu uvažujeme za jednotkovú, je vidieť, že funkcia $f(x)$ je definovaná ako tvar signálu s jednotkovými skokmi.

Ak poznáme napr. analytické vyjadrenie periodickej funkcie $y = f(x)$, ktorá má periodu π , potom platí vzťah

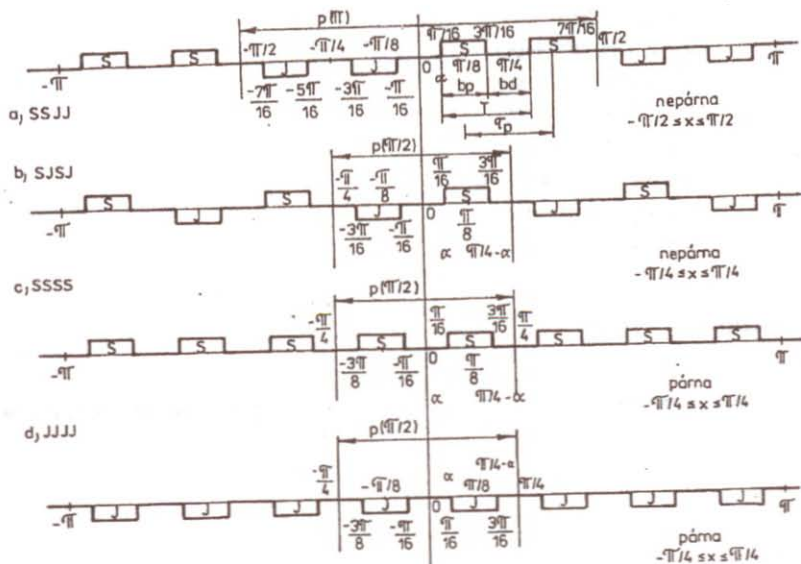
$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n x \quad (1)$$

kde

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \quad (2)$$

Poznamenajme, že horeuvedený rad konverguje bodovo k funkcii $f(x)$ s výnimkou bodov nespojitosti funkcie $f(x)$ (pozri [7]).

Ak hľadáme koeficienty Fourierovho rozvoja pre usporiadanie pólov v našom prípade, môžu nastať nasledovné prípady, ktoré je vidieť na obr. 2.



Obr. 2 Rozloženie magnetických polí na celom intervale. Striedavé usporiadanie pólov:

a) typ SSJJ, b) typ SJSJ. Monopólové usporiadanie pólov: c) typ SSSS, d) typ JJJJ
 Fig. 2 Magnetic Field Distribution within the Whole Range. Alternating poles arrangement:
 a) type SSNN, b) type NSNS. Monopole poles arrangement: c) type NNNN, d) type SSSS

2. Prípád striedavého usporiadania pólov typu SSJJ

Počítame koeficienty Fourierovéhó rozvoja v opakovateľnom intervale $\langle -\pi/2 \sim \pi/2 \rangle$. V prípade, že tvar magnetického poľa je nepárna funkcia, a_0 a a_n sú 0.

To znamená, že koeficient Fourierovho rozvoja možno vyjadriť ako integrál

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x) \sin 2nx \, dx \quad (3)$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

kde

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin 2nx \quad (4)$$

vyplýva, že

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & x \in \langle 0, \alpha \rangle \\ &= 1 & \langle \alpha, \pi/4 - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi/4 - \alpha, \pi/4 + \alpha \rangle \\ &= 1 & \langle \pi/4 + \alpha, \pi/2 - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi/2 + \alpha, \pi/2 + \alpha \rangle \\ &= -1 & \langle \pi/2 + \alpha, 3/4\pi - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle 3/4\pi - \alpha, 3/4\pi + \alpha \rangle \\ &= -1 & \langle 3/4\pi + \alpha, \pi - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi - \alpha, \pi \rangle \end{aligned}$$

Potom koeficient

$$\pi b_n = \int_{-\pi/2}^0 f(x) \sin 2nx \, dx + \int_0^{\pi/2} f(x) \sin 2nx \, dx = -\frac{8}{2n} \sin n\pi/4 \cdot 2 \sin ((\alpha - \pi/8)n) \cdot \cos n\pi/8 \quad (5)$$

potom

$$b_n = -\frac{4}{\pi n} \sin n\pi/2 \cdot \cos n\pi/4 \cdot \sin(\alpha - \pi/8) 2n \quad (6)$$

3. Pre prípad striedavého usporiadania pólov typu SJSJ

Počítame koeficienty Fourierovho rozvoja v rozsahu $\langle -\pi/4 \sim \pi/4 \rangle$. Keď je tvar signálu nepárna funkcia a_0 a a_n sú 0.

Koeficient Fourierovho rozvoja možno vyjadriť, ako integrál

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) \sin 4nx \, dx \quad (7)$$

Potom

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin 4nx \quad (8)$$

vyplýva, že:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & x \in \langle 0, \alpha \rangle \\ &= 1 & \langle \alpha, \pi/4 - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi/4, \pi/4 \rangle \\ &= 0 & \langle 0, -\alpha \rangle \\ &= -1 & \langle -\alpha, -(\pi/4 - \alpha) \rangle \\ &= 0 & \langle -(\pi/4 - \alpha), -\pi/4 \rangle \end{aligned}$$

Potom koeficient b_n rozpíšeme:

$$\frac{\pi}{4} b_n = \left[\int_{\left(\frac{\pi-4\alpha}{4}\right)}^{-\alpha} (-1) \sin 4nx \, dx + \int_{\alpha}^{\frac{\pi-4\alpha}{4}} \sin 4nx \, dx \right] = -\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \left(4n\alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad (9)$$

potom

$$b_n = -\frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \left(4n\alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad (10)$$

4. Prípád monopólového usporiadania pólov typu SSSS

Počítame Fourierové koeficienty rozvoja v rozsahu $\langle -\pi/4 \sim \pi/4 \rangle$. V prípade, že tvar magnetického poľa je párna funkcia, b_0, b_n sú 0.

Koeficient Fourierovho rozvoja možno vyjadriť ako integrál

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) \cos 4nx \, dx \quad (11)$$

pre $n > 1$.

Funkciu periodického opakovania možno vyjadriť pre párnú funkciu

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 4nx \quad (12)$$

kde

$$\frac{a_0}{2} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) dx = 1 - \frac{8\alpha}{\pi} \quad (13)$$

vyplýva, že funkcia má priebeh:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & x \in \langle 0, \alpha \rangle \\ &= 1 & \langle \alpha, \pi/4 - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi/4 - \alpha, \pi/4 \rangle \\ &= 0 & \langle 0, -\alpha \rangle \\ &= 1 & \langle -\alpha, -(\pi/4 - \alpha) \rangle \\ &= 0 & \langle -(\pi/4 - \alpha), -\pi/4 \rangle \end{aligned}$$

Potom pre koeficient a_n dostávame

$$\frac{\pi}{4} a_n = + \int_{-\pi/4+\alpha}^{-\alpha} \cos 4nx \, dx + \int_{\alpha}^{\pi/4-\alpha} \cos 4nx \, dx = \frac{1}{n} \sin \left(\frac{n\pi}{2} - 4n\alpha \right) \cos \frac{n\pi}{2} \quad (14)$$

potom

$$a_n = \frac{-4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin \left(4n\alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad (15)$$

5. Prípád monopólového usporiadania pólov typu JJJJ

Počítame Fourierové koeficienty rozvoja v rozsahu $\langle -\pi/4 \sim \pi/4 \rangle$. V prípade, že tvar magnetického poľa je párna funkcia, b_0, b_n sú 0. Potom vyplýva, že funkcia $f(x)$ má priebeh

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & x \in \langle 0, \alpha \rangle \\ &= -1 & \langle \alpha, \pi/4 - \alpha \rangle \\ &= 0 & \langle \pi/4 - \alpha, \pi/4 \rangle \\ &= 0 & \langle 0, -\alpha \rangle \\ &= -1 & \langle -\alpha, -(\pi/4 - \alpha) \rangle \\ &= 0 & \langle -(\pi/4 - \alpha), -\pi/4 \rangle \end{aligned}$$

$$\frac{a_0}{2} = - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) dx = \frac{8\alpha}{\pi} - 1 \quad (16)$$

Potom pre koeficient dostávame

$$\frac{\pi}{4} a_n = \int_{-\pi/4+\alpha}^{\alpha} \cos 4nx dx - \int_{\alpha}^{\pi/4-\alpha} \cos 4nx dx = \frac{1}{n} \sin (n\pi/2 - 4n\alpha) \cos n\pi/2 \quad (17)$$

potom

$$a_n = \frac{4}{\pi n} \cos \frac{n\pi}{2} \sin \left(4n\alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad (18)$$

Pri zohľadnení pomeru šírky pólu a šírky drážky vyjadrenú koeficientom α dostávame upravené rovnice (6), (10), (15), (18). Pre hodnotu $\alpha = \pi/16$

pre prípad SSJJ

$$b_n = -\frac{4}{\pi n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{8}\right) 2n = \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{4} \sin \frac{n\pi}{8} \quad (19)$$

pre prípad SJSJ

$$b_n = -\frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) = \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{4} \quad (20)$$

pre prípad SSSS

$$a_n = \frac{-4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{4} - \frac{n}{2}\right) = \frac{4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{4} \quad (21)$$

pre prípad JJJJ

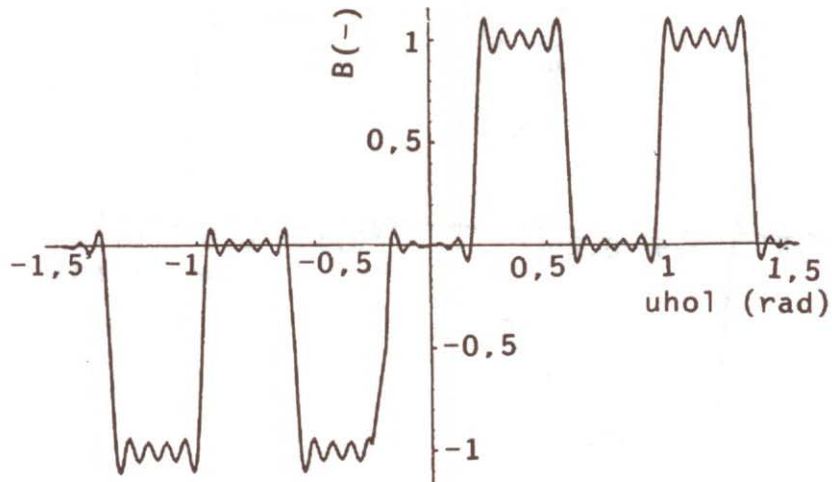
$$a_n = \frac{4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{4} - \frac{n\pi}{2}\right) = -\frac{4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{4} \quad (22)$$

6. Záver

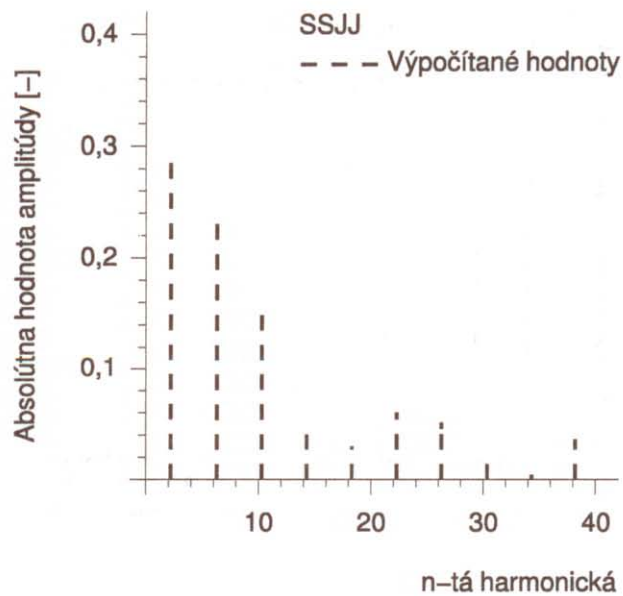
Matematickou analýzou vzťahu (20) dostávame tvar funkcie, ktorý je vidieť na obr. 3, spektrum tejto funkcie je na obr. 4. Pre vzťah (21) je to obr. 5 a obr. 6 a pre vzťah (22) je to obr. 7 a obr. 8. Rozhodujúce harmonické sú v tab. 1.

Tabuľka 1

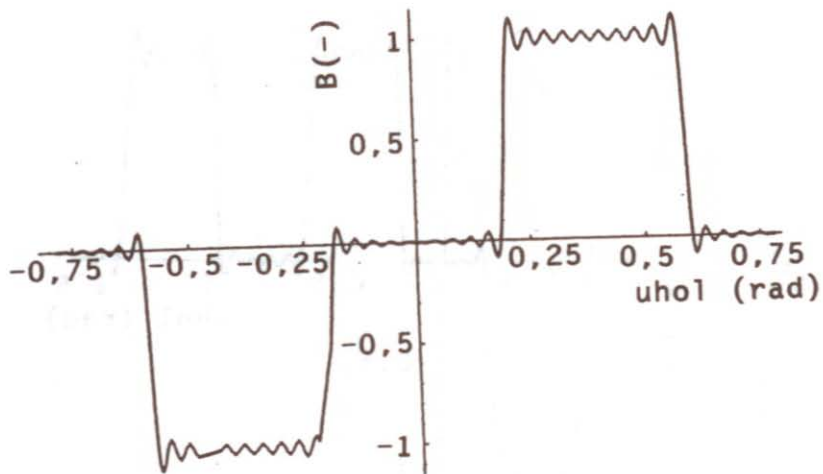
Usporiadanie magnetov	Rozhodujúce harmonické
SSJJ	2, 10, 22, 38
SJSJ	4, 12, 20, 28, 36
SSSS	8, 24, 40, 52
JJJJ	8, 24, 40, 52



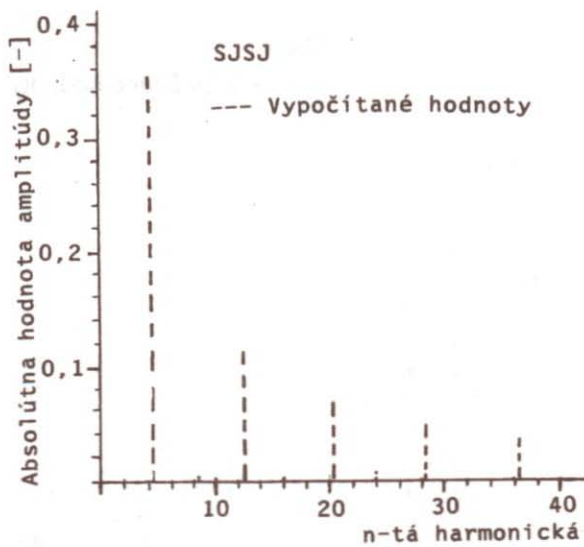
Obr. 3 Rozloženie funkcie magnetických polí, pomocou matematického výpočtu
 Fig.3 Distribution of Magnetic Fields Function by means of Mathematic Calculus



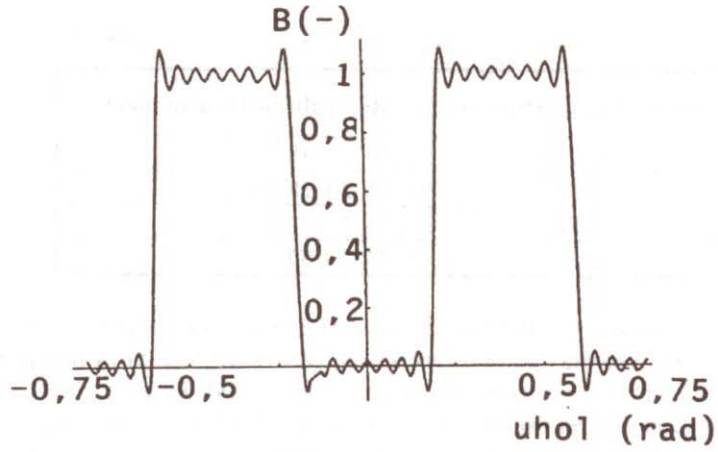
Obr. 4 Spektrum funkcie (19)
 Fig. 4 Function 's Spectrum (19)



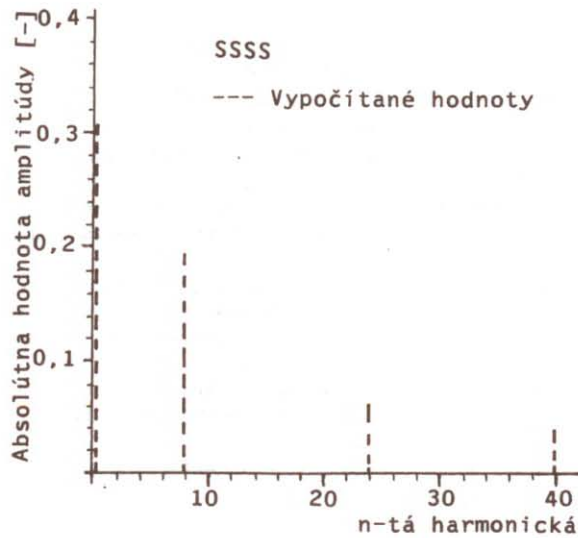
Obr. 5 Rozloženie funkcie magnetických polí pomocou matematického výpočtu
 Fig. 5 Distribution of Magnetic Fields Function by means of Mathematic Calculus



Obr. 6 Spektrum funkcie (20)
 Fig. 6 Function's Spectrum (20)



Obr. 7 Rozloženie funkcie magnetických polí pomocou matematického výpočtu
 Fig. 7 Distribution of Magnetic Fields Function by means of Mathematic Calculus



Obr. 8 Spektrum funkcie (21) a (22)
 Fig. 8 Function's Spectrum (21) and (22)

Tabuľka 1

Usporiadanie magnetov	Rozhodujúce harmonické
SSJJ	2, 10, 22, 38
SJSJ	4, 12, 20, 28, 36
SSSS	8, 24, 40, 52
JJJJ	8, 24, 40, 52

Z uvedeného je vidno, že z predložených usporiadaní magnetických pólov v magnetickom ložisku, sa nám javilo ako najvýhodnejšie usporiadanie typu SSJJ, lebo tu sa premagnetováva rotor magnetického ložiska o polovicu menej, ako pri usporiadaní SJSJ. Ďalej je vidieť, že aj spektrálne rozloženie je rovnomernejšie, pri usporiadaní SSJJ, ako pri SJSJ (pri usporiadaní typu SSJJ ide po veľkej kladnej amplitúde okamžite veľká záporná amplitúda, čo nemožno povedať o usporiadaní typu SJSJ). Je vidieť, že "srafiť sa" pri prípade SSJJ do zlej frekvencie je ťažšie, než pri SJSJ. Navyše absolútne hodnoty amplitúd pre SSJJ sú nižšie ako v SJSJ, resp. SSSS (JJJJ) a rozhodujúce sú iba prvé dve t. j. 2, 10. Obálku utlmenia harmonických nám robí vo vzťahoch člen $1/n$. Obrázky a výpočty boli robené v programe MATHEMATICA.

Literatúra

- [1] KLUVÁNEK, I.–MIŠÍK, L.–ŠVEC, M.: Matematika II. Bratislava, Alfa, 1961.
- [2] VASILIU, M. – IONEL, D. M.: Eddy-current Losses due to Alternating Magnetic Pulses. Rev. Roum. Sci. Techn.–Électrotechn. et Énerg., 35, 1990, 1, Bucarest, p. 51 – 61.
- [3] VASILIU, M. – ENACHE, R. – KRATOCHVIL, L. S.: Asymptotic evaluation of the penetration of periodic magnetic pulses into a conducting halfspace. Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg., 35, 1990, 4, Bucarest, p. 449 – 456.
- [4] DABROWSKI, M. – HEBENSTREIT, J.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych w plyce Stalowej przemieszczajacej sie w stacjonarnym polu magnetycznym. Archiwumelektrotechniki, XXXIV, 1985, zeszyt 1/2, s.3 – 30
- [5] MATSUMURA, F.: Methods of construction and Its Consideration on Magnetic Circuits in Magnetic Bearing. Proc. The 2nd Electromagnetics Symposium, 1990 p. 424 – 429.
- [6] MATSUMURA, F. – HATAKE, K.: Relation between Magnetic Pole Arrangement and Magnetic Loss in Magnetic Bearing. In Magnetic Bearings, 2nd. International Symposium on Magnetic Bearing, July 12–14.1990, Tokyo, Japan, p. 274–283.
- [7] ARDY, G.– ROGOSINSKI, W.: Fourierovy řady. Praha, SNTL / ALFA 1971.
- [8] PÍRKO, Z.: Fourierova transformace I.Praha, SNTL 1963.

The influence of pole distribution magnets on a magnetics bearing

VLNKA, J., ŠEVČOVIČ, D., LABABNEH, W.

This paper analyses a periodic nonsinusoidal pulses and analyses interrelations of magnetic pole arrangements within a radial magnetic bearing.