

Vzorová skúšková písomka z časových radov

Príklady 1, 2, 3 tvoria kostru predmetu (overovanie stacionarity a invertovateľnosti, hľadanie ARIMA modelu a príklad analogický príkladu z domácej úlohy s inými dátami) a majú celkovú hodnotu 15 bodov. Ich zodpovedanie aspoň na 10 bodov je nutnou podmienkou získania hodnotenia zo skúšky.

Príklad 1 - 3 body, 0,5 b. za každé okienko tabuľky

Overte, či je nasledovný proces stacionárny a invertovateľný tak, že vyplníte doleuvedenú tabuľku:

$$x(t) = 0,5 + 0,1 x(t-1) + 0,7 x(t-2) + u(t) - 0,9 u(t-1) + 0,4 u(t-2)$$

	Overovanie stacionarity	Overovanie invertovateľnosti
Polynóm, ktorého korene počítate		
Absolútne hodnoty týchto koreňov		
Je proces stacionárny, resp. invertovateľný?		

Príklad 2 – 8 bodov

Načítajte si dáta z knižnice datasets a nájdite pre ne ARIMA model. Požiadavky: správny rád diferencovania, Ljung-Boxov test rezíduí potvrdzuje biely šum, ARMA model pre prípadné diferencie je stacionárny a invertovateľný.

```
library(datasets)
y <- Bjsales
```

Píšte odpovede na nasledujúce otázky:

- **1 bod.** Koľkokrát ste dáta diferencovali a prečo? (*Stručne, bez výsledkov testov, iba napr. „dvakrát – prvýkrát kvôli trendu a potom kvôli jednotkovému koreňu*)
- **1 bod.** Aký model ste odhadli? (*Odpoveď v tvare ARIMA(p, k, q)*)
- **1 bod.** Overíme teraz stacionaritu a invertovateľnosť modelu. Zapište odhadnuté parametre v tvare tabuľky, ktorú dáva R-ko (stačí zaokrúhlené). Napíšte polynómy, ktorých korene počítame a podmienku, ktorú tieto korene musia spĺňať. (*Hodnoty koreňov písať nemusíte*)

- Vráťme sa teraz k poslednému testu jednotkového koreňa, ktorý ste robili (teda k tomu, ktorého výsledkom bolo, že dáta už netreba diferencovať).
 - Pre aké dáta ste tento test robili (pôvodné dáta, diferencie, druhé diferencie, ...)?
 - **1 bod.** Aký typ testu ste zvolili (trend, drift, none) a prečo?

- Pre kontrolu nasledujúcich bodov uveďte presne, ako ste funkciu `ur.df` volali:

`ur.df(_____, type = “_____”, lags = _____, selectlags = “_____”)`

Na nasledujúce otázky odpovedajte konkrétne pre váš prípad, nie vo všeobecnosti.

- **1 bod.** Napíšte, aká regresia sa pri realizácii testu odhadovala a aká hypotéza o parametroch tejto regresie sa testovala.
- **2 bod.** Odvodte, prečo táto hypotéza vyjadruje hypotézu o jednotkovom koreni.

- **1 bod.** Napíšte získanú hodnotu testovacej štatistiky a kritickú hodnotu na 5 percentnej hladine významnosti.

Príklad 3. - 4 body, každá odpoveď 1 bod

Načítajte si dáta z knižnice datasets.

```
library(datasets)
x <- window(UKDriverDeaths, end = c(1982,12))
```

Napíšte odhadnuté parametre Holt-Wintersovho modelu s aditívnou sezónnosťou.	
Napíšte predikciu pre nasledujúci mesiac na základe modelu z predchádzajúceho bodu.	
Napíšte predikciu pre nasledujúci mesiac na základe Holt-Wintersovho modelu s aditívnou sezónnosťou, ak sa všetky tri jeho parametre rovnajú 0,1.	
Namiesto hľadania vhodného SARIMA modelu iba zhodnoďte rezíduá modelu $SARIMA(0, 0, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$ - či sú nekorelované a na základe čoho to tvrdíte. (O správny rád diferencovania, stacionaritu a invertovateľnosť sa nemusíte starať.)	

Príklad 4 – 10 bodov, 2 body za každý bod

Pre každú z nasledovných vlastností nájdite príklad procesu, ktorý požadovanú vlastnosť má. Splnenie tejto vlastnosti dokážte.

- (a) AR(2) proces, ktorý nie je stacionárny.
- (b) ARMA(1, 1) proces, ktorého ACF je vždy kladná.
- (c) MA(1) proces, ktorého PACF rádu 1 sa rovná 0,25.
- (d) AR(2) proces, ktorého ACF má rovnakú hodnotu pre lag 1 a pre lag 2.
- (e) Proces, ktorého spektrum je nekonštantné.

Príklad 5 – 10 bodov

Nech x je stacionárny AR(1) proces. Predpokladajme, že proces x pozorujeme s chybou, teda pozorujeme proces $y = x + w$, kde w je biely šum, nezávislý od bieleho šumu vystupujúceho v definícii procesu x . Dokážte, že y sa dá zapísať ako ARMA(1, 1) proces.

Příklad 6 – 12 bodov, každá správna odpoveď +1 bod, každá nesprávna odpoveď mínus 1 bod

Rozhodnite, či sú nasledovné tvrdenia pravdivé. Píšte iba odpovede.

- Ak je AR(2) proces stacionárny, tak jeho autokorelačná funkcia konverguje k nule.
- Neexistuje AR(1) proces, ktorého ACF má záporné znamienko pre všetky lags.
- Spektrum bieleho šumu je záporné.
- Ak má proces dvojnásobný jednotkový koreň, dvojnásobným zdiferencovaním dostaneme proces bez jednotkového koreňa.
- Predikcie z Holt-Wintersovho modelu bez sezónnosti (teda $\gamma = \text{FALSE}$) sú konštantné.
- ARCH modely sa používajú na modelovanie sezónnosti.
- Ak je súčet autoregresných koeficientov AR procesu rovný 1, proces určite nie je stacionárny.
- ACF a PACF sa pre lag 1 vždy rovnajú.
- ARMA(1, 1) model má len jednu nenulovú hodnotu PACF.
- Diferenčná rovnice pre autokorelácie ARMA procesu závisí len od autoregresnej časti.
- MA proces je vždy stacionárny.
- Ak testujeme Ljung-Boxovým testom rezíduá z ARMA modelu, počet stupňov voľnosti sa zvýši v porovnaní so situáciou, kedy sme danú hypotézu testovali pre samostatný časový rad (nie pre rezíduá).

Príklad 7 – 3 body, každá správna odpoveď 1 bod

Uvažujme proces

$$x(t) = 0,7 + 0,1 x(t-1) + 0,2 x(t-2) + u(t)$$

Pre tento proces napíšte:

- hodnotu ACF(3)
- prvé tri koeficienty jeho Woldovej reprezentácie
- jeho strednú hodnotu