

Časové rady: domáca úloha 1, skupina 1

Termín odovzdania: 3. 10. 2023

- Úlohu vypracováva každý samostatne alebo v dvojici. Komunikácia ohľadom riešenia, zdieľanie kódu a pod. je zakázané. Pri odpísaní úlohy alebo jej časti je DÚ hodnotená 0 bodmi, a to aj pre tých, ktorí úlohu odpísali aj pre tých, ktorí ju dali odpísať.
- Úlohu posielajte elektronicky na adresu `beata.ulohy@gmail.com` s predmetom **CR 2023 - DU1 - priezvisko/priezviská**. Podľa neho sa maily automaticky triedia, preto tento formát treba dodržať.
- Body za DÚ dostanete mailom. V prípade, že úlohu riešite v skupine, pri odovzdávaní pošlite kópiu mailu aj ostatným členom skupiny, aby aj oni dostali informáciu o hodnotení, keď ju budem posielat' pomocou *reply all*. Ak to nespravíte, je vašou úlohou informovať kolegov o bodoch.
- Posielajte vypracovanú úlohu v pdf formáte (súvislý, dobre čitateľný text doplnený grafmi, nie iba výstupy z R so stručnými poznámkami) a použitý kód ako samostatný súbor. Alternatíva: výstup z R markdownu v html alebo pdf, s uvedením kompletného kódu. Teoretický príklad pošlite tiež v pdf, nie ako obrázok.
- Každý (resp. každá skupina) pracuje s inými dátami a s iným príkladom, rezervácia v google dokumente <http://bit.ly/3ta0eMt> v hárku ČR mEMM - DÚ1.

Príklad 1: Výnosy akcií (5 bodov). Zvoľte si firmu (každý, resp. každá skupina inú) a stiahnite si ceny akcií tejto firmy za zvolené obdobie, minimálne za jeden rok. Funkciou `to.weekly` transformujte dáta na týždenné a vypočítajte logaritmické výnosy. Testujte pomocou ACF a Ljung-Boxovho testu, že tieto výnosy sa dajú modelovať ako konštanta (stredná hodnota výnosov) plus biely šum. V texte domácej úlohy uveďte:

- Názov zvolenej firmy a krátku informáciu o tejto firme (stručne - stačí jedna veta, prípadne niekoľko viet).
- Graf priebehu cien akcie a výnosov
- Výberovú autokorelačnú funkciu výnosov a jej interpretáciu (Sú všetky autokorelácie nesignifikantné? Ktoré sú signifikantné?)
- Výsledky Ljung-Boxovho testu pre hodnoty lagu od 1 až po zvolenú hornú hranicu. P-hodnoty znázorníte graficky ako na cvičení, spolu s porovnaním s hodnotou 0.05. Interpretujte výsledky.
- Zhodnotenie modelu: Považujete model "výnosy sú konštanta (t. j. priemerný výnos) plus biely šum" za dobrý model pre vaše dáta? Prečo?

Príklad 2: Teoretický príklad - stacionarita, opakovanie práce so strednými hodnotami, kovarianciami a pod. (5 bodov). Každý, resp. každá skupina si vyberie jeden príklad, každý pracuje s iným príkladom.

Vo všetkých zadaniach je u_t biely šum.

1. Príklad zo strany 36 zo slajdov k prvej prednáške.
2. Nech x_t je stacionárny proces. Definujme proces y_t nasledovne:

$$y_t = \begin{cases} x_t, & \text{ak je } t \text{ nepárne,} \\ x_t + 3, & \text{ak je } t \text{ párne.} \end{cases}$$

Dokážte, že $cov(y_t, y_{t-k})$ nezávisí od t , ale proces y_t nie je stacionárny.

3. Uveďte príklad procesu, ktorý má konštantnú strednú hodnotu, ale nie je stacionárny. Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.
4. Uveďte príklad procesu y_t , ktorý nie je bielym šumom, ale $cor(y_t, y_{t-1}) = 0$. Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.
5. Odvoďte autokorelačnú funkciu procesu $y_t = u_t - \frac{1}{2}u_{t-1}^2$, ak biely šum u_t predstavuje realizácie nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením.
6. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapríklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapríklad k danému tvrdeniu): Ak x_t a y_t sú stacionárne procesy a a, b sú konštanty, tak aj proces $ax_t + by_t$ je stacionárny časový rad.
7. Uveďte príklad procesu, ktorého stredná hodnota aj disperzia je rastúcou funkciou času. Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.
8. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapríklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapříklad k danému tvrdeniu): Ak sú prve tri autokorelácie odhadnuté z dát v intervale $(0.01, 0.02)$, tak Ljung-Boxov test určite nezamieta hypotézu, že $\rho(1) = \rho(2) = \rho(3) = 0$.
9. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapříklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapříklad k danému tvrdeniu): Ak Ljung-Boxov test zamieta hypotézu $\rho(1) = 0$, tak zamieta aj hypotézu $\rho(1) = \rho(2) = \rho(3) = 0$.
10. Nech x_t je stacionárny proces s nulovou strednou hodnotou a jednotkovou disperziou. Nech $\mu(t)$ je nekonštantná funkcia a $\sigma(t)$ je nekonštantná funkcia s kladnými funkčnými hodnotami. Definujme proces $y_t = \mu(t) + \sigma(t)x_t$. Dokážte, že $cor(y_t, y_{t-k}) = 0$ nezávisí od k , ale proces y_t nie je stacionárny.
11. Nech X je náhodná premenná s nulovou strednou hodnotou a jednotkovou disperziou. Definujme proces $y_t = (-1)^t X$ (t.j. v každom čase sa používa tá istá realizácia náhodnej premennej X , v rôznych trajektóriách procesu však môže byť rôzna). Odvoďte strednú hodnotu a autokorelačnú funkciu procesu y_t .
12. Nech θ je konštantna. Definujme procesy $x_t = \theta + tu_t$. Rozhodnite, či sú diferencie tohto procesu (t.j. proces $y_t = x_t - x_{t-1}$) stacionárne. Svoje tvrdenie dokážte.