

# Časové rady: domáca úloha 1, skupina 2

Termín odovzdania: 10. 10. 2023

- Úlohu vypracováva každý samostatne alebo v dvojici. Komunikácia ohľadom riešenia, zdieľanie kódu a pod. je zakázané. Pri odpísaní úlohy alebo jej časti je DÚ hodnotená 0 bodmi, a to aj pre tých, ktorí úlohu odpísali aj pre tých, ktorí ju dali odpísať.
- Úlohu posielajte elektronicky na adresu `beata.ulohy@gmail.com` s predmetom **CR 2023 - DU1 - priezvisko/priezviská**. Podľa neho sa maily automaticky triedia, preto tento formát treba dodržať.
- Body za DÚ dostanete mailom. V prípade, že úlohu riešite v skupine, pri odovzdávaní pošlite kópiu mailu aj ostatným členom skupiny, aby aj oni dostali informáciu o hodnotení, keď ju budem posilať pomocou *reply all*. Ak to nespravíte, je vaša úlohou informovať kolegov o bodoch.
- Posielajte vypracovanú úlohu v pdf formáte (súvislý, dobre čitateľný text doplnený grafmi, nie iba výstupy z R so stručnými poznámkami) a použitý kód ako samostatný súbor. Alternatíva: výstup z R markdownu v html alebo pdf, s uvedením kompletného kódu. Teoretický príklad pošlite tiež v pdf, nie ako obrázok.
- Každý (resp. každá skupina) pracuje s inými dátami a s iným príkladom, rezervácia v google dokumente <http://bit.ly/3ta0eMt> v hárku ČR mEMM - DÚ1.

**Príklad 1: Výnosy akcií (5 bodov).** Zvoľte si firmu (každý, resp. každá skupina inú) a stiahnite si ceny akcií tejto firmy za zvolené obdobie, minimálne za jeden rok. Funkciou `to.weekly` transformujte dáta na týždenné a vypočítajte logaritmické výnosy. Testujte pomocou ACF a Ljung-Boxovho testu, že tieto výnosy sa dajú modelovať ako konštanta (stredná hodnota výnosov) plus biely šum. V texte domácej úlohy uveďte:

- Názov zvolenej firmy a krátku informáciu o tejto firme (stručne - stačí jedna veta, prípadne niekoľko viet).
- Graf priebehu cien akcie a výnosov
- Výberovú autokorelačnú funkciu výnosov a jej interpretáciu (Sú všetky autokorelácie nesignifikantné? Ktoré sú signifikantné?)
- Výsledky Ljung-Boxovho testu pre hodnoty lagu od 1 až po zvolenú hornú hranicu. P-hodnoty znázorníte graficky ako na cvičení, spolu s porovnaním s hodnotou 0.05. Interpretujte výsledky.
- Zhodnotenie modelu: Považujete model “výnosy sú konštanta (t. j. priemerný výnos) plus biely šum” za dobrý model pre vaše dáta? Prečo?

**Príklad 2: Teoretický príklad - stacionarita, opakovanie práce so strednými hodnotami, kovarianciami a pod. (5 bodov).** Každý, resp. každá skupina si vyberie jeden príklad, každý pracuje s iným príkladom.

Vo všetkých zadaniach je  $u_t$  biely šum.

1. Uveďte príklad procesu, pre ktorý platí, že pre  $k = 0, 1, 2, \dots$  kovariancia  $cov(y_t, y_{t-k})$  nezávisí od  $t$ , ale proces  $y_t$  nie je stacionárny. Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.
2. Majme dané postupnosti nezávislých rovnako rozdelených náhodných premenných  $X_t, Y_t$ , pričom:
  - $P(X_t = 0) = P(X_t = 1) = 1/2$
  - $P(Y_t = -1) = P(Y_t = 1) = 1/2$
  - Pre ľubovoľné  $s, t$  sú  $X_t$  a  $Y_s$  nezávislé.

Definujme  $Z_t = X_t(1 - X_{t-1})Y_t$ . Dokážte, že  $Z_t$  je biely šum, ale nie je to postupnosť nezávislých rovnako rozdelených náhodných premenných.

3. Ljung-Boxovým testom testujeme hypotézu, že prvé dve autokorelácie sú nulové. Odhady prvých dvoch autokorelácií z dát sú 0.15 a 0.10. Odvodte, pri akom počte dát (z ktorých boli dané odhady vypočítané) sa hypotéza o nulovej hodnote týchto autokorelácií zamietne.
4. Uveďte príklad procesu, ktorý má nulovú strednú hodnotu a jednotkovú disperziu, ale nie je bielym šumom. Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.
5. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapríklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapríklad k danému tvrdeniu): Ak sú všetky hodnoty odhadnutej ACF po lag  $k$  vnútri intervalu spoľahlivosti, tak Ljung-Boxov test nezamietne hypotézu, že prvých  $k$  hodnôt ACF sa súčasne rovnajú nule.
6. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapríklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapríklad k danému tvrdeniu): Ak sú obidve hodnoty odhadnutej ACF pre lags 1 a 2 mimo intervalu spoľahlivosti, tak Ljung-Boxov test zamietne hypotézu, že prvé dve hodnoty ACF sa súčasne rovnajú nule .
7. Rozhodnite, či je nasledovné tvrdenie pravdivé a svoju odpoveď dokážte (teda dokážte platnosť tvrdenia alebo uveďte kontrapríklad s dôkazom vlastností, že ide naozaj o kontrapríklad k danému tvrdeniu): Ak aspoň jedna z hodnôt odhadnutej ACF pre lags 1 a 2 mimo intervalu spoľahlivosti, tak Ljung-Boxov test zamietne hypotézu, že prvé dve hodnoty ACF sa súčasne rovnajú nule.
8. Uvažujme stacionárny proces, pre ktorý platí, že  $cor(x_t, x_{t-k}) = 0$  pre  $k \geq 2$ . Dokážte, že  $cor(x_t, x_{t-1}) \in [-0.5, 0.5]$ .  
*Návod: Počítajte disperzie  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  a  $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots - (-1)^n x_n$  a využite, že získané hodnoty musia byť pre každé  $n$  nezáporné.*
9. Nájdite príklad stacionárneho procesu, pre ktorý platí  $cor(x_t, x_{t-1}) = -0.5$  a pre  $k \geq 2$  je  $cor(x_t, x_{t-k}) = 0$ . Dokážte, že váš proces má požadované vlastnosti.