

Časové rady: domáca úloha 1

Termín odovzdania: 28. 10. 2024

Odovzdávanie:

- Úlohu rieši každý samostatne. Za odpísané úlohy je nula bodov - pre tých, ktorí úlohu odpísali aj pre tých, ktorí ju dali odpísať.
- Odovzdáva sa mailom na adresu **beata.ulohy@gmail.com**, s predmetom **CR 2024 - DU1 - meno**.
- Súvislý text v pdf obsahujúci text, kód a výstup. (Najjednoduchší je výstup z markdownu, dá sa v ňom používať aj TeX. Ak máte časť výpočtu písanú rukou, oskenujte ju a vložte ako súčasť riešenia do spoločného pdf - teda neposielajte ako samostatný súbor).
- Vo všetkých výpočtoch používajte presné hodnoty uložené do premenných, nie hodnoty odpísané z výstupu.
- Niekedy môže byť potrebné vyhľadať si použitie funkcií R-ka, či už jednoduchým `?funkcia` alebo na internete - to je v poriadku a netreba sa toho zľaknúť. Ak použijete nejaký kód, ktorý nájdete na internete, treba ho citovať - uviesť na konci riešenia odkaz a odvolať sa naň na príslušnom mieste v texte. V prípade použitia umelej inteligencie treba v maili okrem úlohy uviesť aj kompletný priebeh jej použitia - všetky vaše otázky a všetky odpovede UI (v pdf alebo txt formáte) a informáciu o tom, akú konkrétnu UI ste použili.

Zadanie. Zrekonštruujeme príklad na str. 30-32 slajdov **cr02c** s modelom pre úrokové miery a doplníme ho ďalšími analýzami. Dáta budú trochu iné, budeme mať k dispozícii o jeden rok údajov viac.

- **[2 body]** Na stránke predmetu je odkaz na stránku s dátami ku knihe *Kirchgästrner, Wolters* aj postup, ako do R načítať dáta vo formáte `wf1`. Načítajte dáta **example 2.6.9** z kapitoly 2. Vytvorí sa objekt `x`. Akú má štruktúru, čo obsahuje? Z hodnôt úrokovej miery spravte časový rad pomocou funkcie `ts`, pričom využijete informáciu o tom, že ide o kvartálne dáta a o ich začiatku na základe načítaného objektu. Príklad použitia tejto funkcie je aj v slajdoch (na začiatku **cr02c** - kvôli nefungujúcemu projektoru na prednáške sme to nevideli). Zobrazte priebeh úrokových mier.
- **[2 body]** Odhadnite $AR(2)$ model pre tieto dáta, zapíšte odhadnutú rovnicu a skomentujte testovanie rezíduí, ktoré dostanete priamo vo výstupe z funkcie `sarima`.
- **[2 body]** Dokážte, že získaný model je stacionárny. Graficky znázornite korene, od ktorých stacionarita závisí, spolu s jednotkovou kružnicou.
- **[3 body]** Testujte hypotézu, že prvé 4 autokorelácie rezíduí rovnajú nule - uveďte hodnotu testovacej štatistiky a p-hodnotu (nezabudnite pritom, že testovaný časový rad predstavuje rezíduá z modelu). To isté zopakujte pre prvých 8 autokorelácií.

- **[3 body]** Analogicky ako v texte z učebnice, citovanom v slajdoch odvod'ite periódu členov autokorelačnej funkcie (a teda aj dôležitú periódu pre samotné dáta). Do obrázku s priebehom úrokových mier doplňte zvislé prerušované čiary, ktoré budú označovať začiatok periódy.¹
- **[5 bodov]** Ak si objekt s odhadnutým modelom označíme m , tak súčasťou výstupu z `m$fit` bude aj σ^2 , čo je odhadnutá disperzia bieleho šumu. Zistite, ako k tejto hodnote pristupovať a použite ju na vygenerovanie trajektórie AR(2) procesu s parametrami rovnými tým, ktoré ste odhadli pre úrokové miery (nezabudnite pritom na nenulovú strednú hodnotu procesu), pričom počet pozorovaní sa bude zhodovať s počtom pozorovaní v dátach. Vykreslite jednu takúto trajektóriu a dokreslite do nej zvislé prerušované čiary, ktoré budú označovať začiatok periódy - rovnako ako v predchádzajúcom bode.
- **[3 body]** Napíšte funkciu, ktorá vygeneruje trajektóriu z predchádzajúceho bodu a ako výstup vráti jej maximálnu hodnotu. Nechajte pomocou funkcie `replicate` zbehnúť túto funkciu 10^5 -krát a zobrazte histogram zísakných maxím. Porovnajte s maximálnou hodnotou v dátach. Správajú sa simulácie podobne alebo sú výrazne iné?
- **[5 bodov]** Chceme teraz pomocou simulácií odhadnúť, akú minimálnu hodnotu úrokovej miery môžeme očakávať počas nasledujúcich piatich rokov. Namiesto simulácie procesu s náhodnou začiatočnou hodnotou teda tentokrát potrebujeme simulovať priebeh procesu s danou začiatočnou hodnotou, ktorá sa rovná poslednému údaju v dátach. Spravte znovu 10^5 simulácií a skomenujte výsledky.

¹Teda ak by perióda vyšla napríklad 1, 5 roka, tak pri kvartálnych dátach chceme mať čiary pri prvom pozorovaní, potom o 1, 5 roka, teda siedmom, potom pri trinástom, atď. Keďže perióda nevýjde také „pekné“ číslo, tie časy nebudú zodpovedať presným pozorovaniam, ale to nevadí. Na grafe budú na správnom mieste, ak sa správne zadá číselná hodnota, napr. 2000, 10 je niečo medzi prvým a druhým kvartálom roka 2000.