

CVIČENIA Z EKONOMETRIE 2005/2006

DOMÁCA ÚLOHA 5

TERMÍN ODOVZDANIA: 21.3.2006

1. (5 bodov) **Nekorelovanosť  $\neq$  nezávislosť**

Na cvičení sme ukázali, že ak náhodná premenná  $X$  má rovnomerné rozdelenie na intervale  $[-1, 1]$ , tak  $X$  a  $X^2$  sú nekorelované (pričom, samozrejme, nie sú nezávislé).

Vygenerujte 500 nezávislých realizácií náhodnej premennej  $X$  s rovnomerným rozdelením na intervale  $[-1, 1]$ :  $x_1, \dots, x_{500}$ . Vypočítajte výberový koeficient korelácie medzi  $(x_1, \dots, x_{500})$  a  $(x_1^2, \dots, x_{500}^2)$ . Uveďte

- postup, ktorým ste generovali  $x_i$ ,
- hodnotu výberového korelačného koeficientu.

Vygenerované hodnoty  $x_i$  uložte do textového súboru a pošlite mi ho mailom.

2. (10 bodov) **Regresia bez konštanty (absolútneho člena)**<sup>1</sup>

Uvažujme regresný model

$$Y = \beta x + \varepsilon$$

a nasledovné dáta:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Vieme, že odhad parametra  $\beta$  metódou najmenších štvorcov v tomto modeli je

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i Y_i}{\sum x_i^2}.$$

- (a) Nájďte odhad parametra  $\beta$  pre tieto dáta a odhadnuté hodnoty  $\hat{Y}_i = \hat{\beta} x_i$
- (b) Vypočítajte

- Priemer rezíduí  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$
- $TSS, RSS, ESS$ .
- $R^2$  pomocou výrazu  $\frac{ESS}{TSS}$  a pomocou výrazu  $1 - \frac{RSS}{TSS}$ . Rovnajú sa?

Porovnajete s vlastnosťami modelu s konštantou:

- Priemer rezíduí  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$  je nulový.
- Platí nasledujúci vzťah (rozklad sumy štvorcov):

$$TSS = RSS + ESS.$$

- $R^2$  môžeme ekvivalentne definovať pomocou výrazov  $1 - \frac{RSS}{TSS}$  a  $\frac{ESS}{TSS}$ . Hodnota  $R^2$  je z intervalu  $[0, 1]$ .

<sup>1</sup>Regresia s konštantou:  $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$ .  
Regresia bez konštanty:  $Y = \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$