

CVIČENIA Z FINANČNÝCH DERIVÁTOV 2006/2007

PÍ SOMKA 1

TERMÍN ODOVZDANIA: 29.3.2007

Pokyny:

- Riešenia napíšte na jeden papier, resp. do jedného pdf súboru).
- Súbor pošlite so subjectom *derivaty - písomka 1 - vase priezvisko* na e-mailovú adresu *bs.ulohy@gmail.com*. Riešenie napísané na papieri môžete nechať na M204, M266 alebo na sekretariáte M270 v priechodku. Ak písomku odovzdáte na papieri, pošlite mail na túto istú adresu, v ktorom napíšete, kedy a kde ste riešenie odovzdali.
- Matlabovské súbory pošlite na *bs.ulohy@gmail.com* so subjectom *derivaty - písomka 1 - vase priezvisko*.
- Neodpisujte. Na rozdiel od úloh, toto je písomka, takže nie sú povolené ani konzultácie so spolužiakmi. Používať môžete poznámky z prednášok a cvičení, knihy, programy, ktoré už máte spravené.

1. (1 bod) Priradte nasledovné procesy ich simuláciám na grafe na obr. 1 a vysvetlite, ako ste postupovali:

- $x_1(t) = 5 + 2t + 3w(t)$
- $x_2(t) = -2t + w(t)$
- $x_3(t) = 5 + 2t + w(t)$
- $x_4(t) = 2t + w(t)$

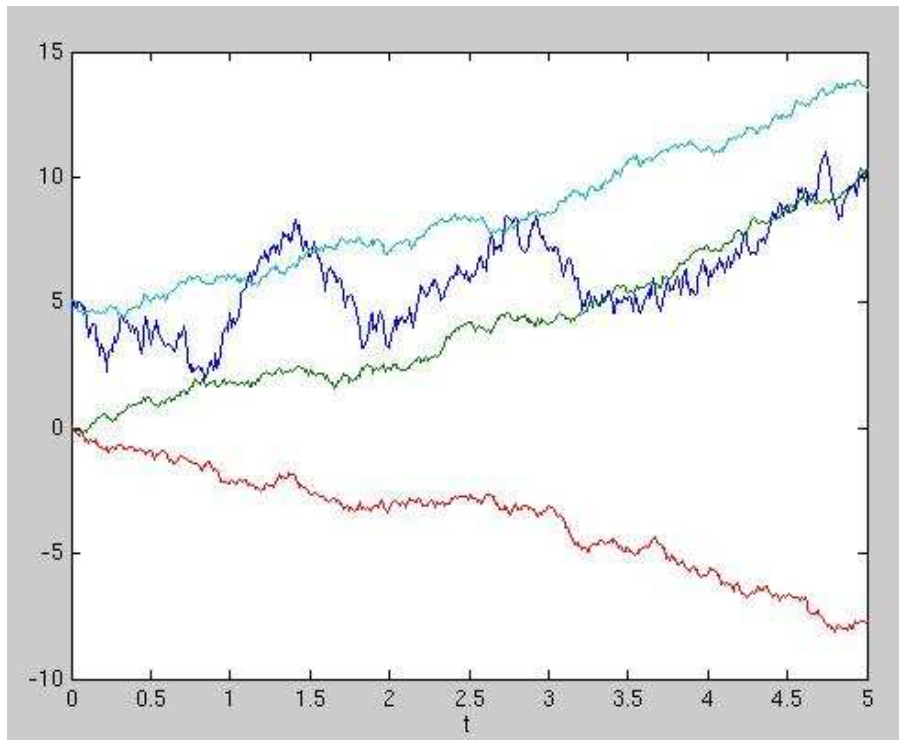
2. Predpokladajme, že vývoj ceny akcie sa riadi geometrickým Brownovým pohybom

$$S(t) = S_0 \exp(\mu t + \sigma w(t))$$

s parametrami $\mu = 0.28$ a $\sigma = 0.21$ a súčasná cena akcie je 122 USD.

- (0.5 boda) Odvodte strednú hodnotu ceny akcie v čase t
- (0.5 boda) Zakreslite do grafu vývoj tejto strednej hodnoty počas nasledujúceho roka. Vygenerujte tri realizácie vývoja a pridajte ich do grafu.
- (0.5 boda) Zapište proces pre vývoj ceny tejto akcie v tvare stochastickej diferenciálnej rovnice $dS(t) = \dots dt + \dots dw(t)$.
- (1 bod) Uvažujme cenu akcie o t rokov a pravdepodobnosť, že v tomto čase bude cena akcie menšia ako súčasná. Ako táto pravdepodobnosť závisí od t ?¹ Vyjadrite túto pravdepodobnosť v závislosti od t a nakreslite jej graf (x-ová os: čas t , y-ová os: pravdepodobnosť). Čo mu sa rovná limita tejto pravdepodobnosti, keď čas ide do nekonečna?
- (3 body, 0.5 boda za každú opciu) Vypočítajte ceny nasledovných opcií a opčných stratégií na túto akciu. Všetky opcie sú európskeho typu a predpokladáme, že pri obchodovaní s akciami nevznikajú žiadne transakčné náklady. Úroková miera je 5 percent.
 - Call opcia s expiráciou o rok a expiračnou cenou 150 USD.
 - Put opcia s expiráciou o pol roka a expiračnou cenou 150 USD.

¹Intuitívne: Deterministická časť procesu je exponenciálny rast, takže táto pravdepodobnosť by sa mala znižovať. Na druhej strane, je tu dlhší čas na to, aby nastala nejaká výrazná odchýlka od trendu smerom nadol, spôsobená náhodnou časťou procesu. Ako je to?



Obr. 1: Grafy k pr.1

- Stratégia pozostávajúca z kúpy jednej call opcie a jednej put opcie, pričom obe opcie majú expiráciu o mesiac a expiračnú cenu 135 USD.

Ceny opcií počítajte najskôr za predpokladu, že akcia nevypláca dividendy a potom za predpokladu, že vypláca spojité dividendy s dividendovou mierou $D = 0.04$.

- (f) (0.5 boda) Nakreslite payoffy opcií a opčných stratégií z predchádzajúceho príkladu.
3. (a) (1 bod) Dokážte: Cena európskej call aj put opcie je konvexná funkcia ceny akcie S .
- (b) (1 bod) Uvažujme dve akcie s rovnakou volatilitou, ale rôznymi dividendovými mierami. Na tieto dve opcie sú vypísané call opcie s rovnakou expiračnou cenou a rovnakým expiračným časom. Ktorá call opcia je drahšia?
- (c) (1 bod) Vysvetlite call-put paritu pre akciu vyplácajúcu dividendy a ukážte, ako sa dá cena put opcie vyjadriť pomocou ceny call opcie.