

Oceňovanie amerických opcií

:: Numerické riešenie ::

- Použijeme tú istú transformáciu a implicitnú metódu pri diskretizácii ako v prípade európskych opcií.
- Navyše potrebujeme zaručiť, že riešenie Black-Scholesovej rovnice je nad payoffom. Graf riešenia americkej opcie sa hladko napojuje na payoff. Vieme, že európsky call na akciu s dividendami túto vlastnosť nemá:

[Cv.6, cvičenie 1/3]

Do jedného obrázku nakreslite graf ceny call opcie (ako funkcie S), ak akcia vypláca dividendy a ak akcia nevypláca dividendy. Grafy by mali ilustrovať nasledovné vlastnosti:

- Ak akcia vypláca dividendy, tak graf ceny call opcie vždy pretne payoff diagram.
- Ak akcia nevypláca dividendy, tak jej graf vždy leží nad payoff diagramom.

Dokážte tieto vlastnosti.

Takisto ju nemá ani európsky put - bez hľadania na to, či akcia vypláca alebo nevypláca dividendy (limita ceny opcie je $E \cdot \exp(-r \cdot \tau)$, čo je pre kladnú úrokovú mieru hodnota pod payoffom). Preto sa cena americkeho typu týchto derivátov musí líšiť od ceny ich európskych verzií.

- Fakt, že cena americkej opcie musí ležať nad payoffom znamená, že **riešenie u rovnice vedenia tepla musí ležať lež nad transformovaným payoffom** (t.j. payoffom opcie transformovaným rovnakým spôsobom ako rovnica).

:: Porovnanie numerického oceňovania európskej a americkej opcie ::

Európska opcia - postup riešenia rovnice pre u

- Vypočítame okrajové podmienky a dosadíme ich do matice riešenia.
- Vypočítame začiatočnú podmienku a dosadíme ju do matice riešenia.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - SOR metóda
 - Začiatočná aproximácia: môžeme zobrať hodnoty z predchádzajúcej časovej vrstvy
 - Kontrola podmienky na ukončenie iterácií - norma rezídua
 - Výpočet novej iterácie podľa SOR metódy - opakujeme, kým nie je splnená podmienka na ukončenie iterácií, potom prejdeme na ďalšiu časovú vrstvu.

Americká opcia - postup riešenia rovnice pre u

- Vypočítame okrajové podmienky. **Riešenie musí byť nad transformovaným payoffom** => vypočítame **max(okrajová podmienka, transformovaný payoff)** a dosadíme do matice riešenia
- Vypočítame začiatočnú podmienku a dosadíme ju do matice riešenia.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - **PSOR metóda (projektovaná SOR metóda)**
 - Začiatočná aproximácia: **hodnoty z predchádzajúcej časovej vrstvy treba porovnať s transformovaným payoffom** => **zoberieme max(predchádzajúca časová vrstva, transformovaný payoff)**
 - Kontrola podmienky na ukončenie iterácií - **norma rezídua sa nedá použiť, lebo neriešime sústavu rovníc, použijeme vzdialenosť dvoch nasledujúcich iterácií**
 - Výpočet novej iterácie podľa PSOR metódy - vypočítame i -tu zložku vektora pomocou SOR metódy a **porovnáme s transformovaným payoffom** => **zoberieme max(SOR iterácia, transformovaný payoff)** a počítame ďalšiu zložku - opakujeme, kým nie je splnená podmienka na ukončenie iterácií, potom prejdeme na ďalšiu časovú vrstvu.

:: Cvičenie ::

Podľa uvedeného algoritmu naprogramujte numerické oceňovanie amerických opcií.

Beáta Stehlíková (www)

Cvičenia z finančných derivátov, FMFI UK Bratislava, LS 2009/2010