

# Citlivosť na parametre - greeks

## :: Greeks ::

- **Greeks** - derivácie ceny opcie podľa jednotlivých parametrov:
  - **delta** - derivácia podľa ceny akcie
  - **gama** - druhá derivácia podľa ceny akcie
  - **vega** - derivácia podľa volatility
  - **theta** - derivácia podľa času (t.j. mínus derivácia podľa času zostávajúceho do expirácie)
  - **rho** - derivácia podľa úrokovej miery
- Derivácie pre call opciu:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial S} &= N(d_1) \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma}{2\sqrt{\tau}} S e^{-\frac{1}{2}d_1^2} + r E e^{-r\tau} N(d_2) \\ \frac{\partial V}{\partial \sigma} &= \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{2\pi}} S e^{-\frac{1}{2}d_1^2} \\ \frac{\partial V}{\partial r} &= E \tau e^{-r\tau} N(d_2) \\ \frac{\partial V}{\partial E} &= -e^{-r\tau} N(d_2)\end{aligned}$$

- Niektorými sme sa už zaoberali:
  - **delta** - derivácia podľa ceny akcie dokazujúca rastúcou ceny call opcie ako funkcie ceny akcie, počet akcií v portfóliu pri hedžovaní jednej vypísanej opcie
  - **vega** - tvrdením, že cena opcie je rastúcou funkciou volatility (pri téme implikovaná volatilita) sme vlastne hovorili, že vega opcie je kladná

## :: Gama ::

- Gama je druhou deriváciou ceny opcie podľa ceny akcie.
- To znamená, že je to derivácia delty podľa ceny akcie. Vyjadruje teda, **ako citlivo reaguje delta na zmenu ceny akcie**.
- Pre európsku call opciu platí:

$$\Gamma = \frac{e^{-\frac{d_1^2}{2}}}{S \sigma \sqrt{2\pi \tau}}$$

## :: Cvičenia (1) ::

1. Zobrazte závislosť gamy od ceny akcie pre rôzne časy do splatnosti. Vysvetlite jej priebeh:
  - Kde nadobúda maximum a kde je, naopak, blízka nule?
  - Ako sa líši jej priebeh pre rôzne časy do splatnosti?
2. Pomocou call-put parity vypočítajte gamu put opcie.

## :: Rho ::

- Rho je deriváciou ceny opcie podľa úrokovej miery.
- Ako závislosť od času môžeme očakávať:
  - Uvažujme najskôr **call opciu**. Ak je vyššia úroková miera, suma, ktorú budeme v čase expirácie za akciu platiť (za predpokladu, že opciu uplatníme), má menšiu súčasnú hodnotu. Teda právo kúpiť akciu za túto sumu má väčšiu hodnotu, ako keby bola úroková miera nízka. To znamená, že rho by malo byť kladné.
  - V prípade **put opcie** je situácia opačná, lebo tu expiračnú cenu dostávame.

## :: Cvičenia (2) ::

1. Pomocou call-put parity vypočítajte rho pre put opciu.
2. Ukážte, že znamienko rho pre call aj put opcie sa zhoduje s horeuvedenou intuitívnou úvahou.

## :: Theta ::

- Gama je deriváciou ceny opcie podľa času.
- Ako závislosť od času môžeme očakávať:
  - Ako vieme z finančnej matematiky, v prípade **call opcie** na akciu nevyplácajúcu dividendy sa cena európskej opcie rovná cene americkej opcie. Je zrejmé, že cena americkej opcie je väčšia, ak do expirácie zostáva viac času. Vzhľadom na rovnosť cien platí to isté aj pre európsky call. Zvýšenie hodnoty času  $t$  zodpovedá zmenšeniu času zostávajúceho do expirácie danej opcie. Preto očakávame zápornú thetu.

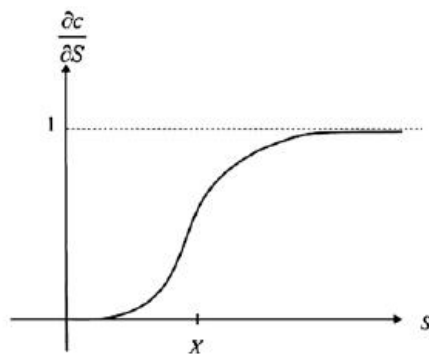
- V prípade **put opcie** nie je situácia jednoznačná.
  - Ak je cena akcie nízka, hodnota putu leží pod payoffom. V čase expirácie bude cena opcie rovná payoffu, takže niekedy do expirácie musí táto cena vzrásť.
  - Ak je cena akcie vysoká, hodnota putu leží nad payoffom. V čase expirácie bude cena opcie rovná payoffu, takže niekedy do expirácie musí táto cena klesnúť.

### :: Cvičenia (3) ::

1. Zobrazte závislosť thety call opcie od ceny akcie. Kedy má najväčšiu absolútnu hodnotu - iba približne, v okolí akej ceny akcie? Prečo?
2. Zobrazte závislosť thety put opcie od ceny akcie pre také parametre. Zvoľte pritom také parametre, pri ktorých vidieť, že znamienko thety sa môže meniť.

### :: Ďalšie príklady na precvičenie ::

1. Vypočítajte inflexný bod delty call opcie ako funkcie ceny akcie:



**Fig. 3.3.** Variation of the delta of the European call price with respect to the asset price  $S$ . The curve changes concavity at  $S = Xe^{-(r + \frac{3\sigma^2}{4})\tau}$ .

2. Vypočítajte elasticitu ceny call opcie podľa ceny akcie:

$$e_c = \left( \frac{\partial c}{\partial S} \right) \left( \frac{S}{c} \right)$$

Dokážte, že je väčšia ako 1 a vypočítajte jej limitu pre cenu akcie idúcu do nekonečna.

Cvičenia z finančných derivátov, 2011  
Beáta Stehliková, FMFI UK Bratislava

E-mail: [stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk](mailto:stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk)

Web: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>