

Akcie s dividendami

:: Black-Scholesov model pre akcie vyplácajúce dividendy ::

- PDR pre cenu call opcie na akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou D:

$$-\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - \boxed{D})S \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

rozdiel v porovnaní
s akciou bez dividend

- Riešenie tejto rovnice je:

$$V(S, t) = Se^{-\boxed{D}\tau} N(d_1) - Ee^{-r\tau} N(d_2),$$

kde

$$d_1 = \frac{(r - \boxed{D}) + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma \sqrt{\tau}} \tau + \ln \frac{S}{E}, \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{\tau}$$

:: Cvičenia (1) ::

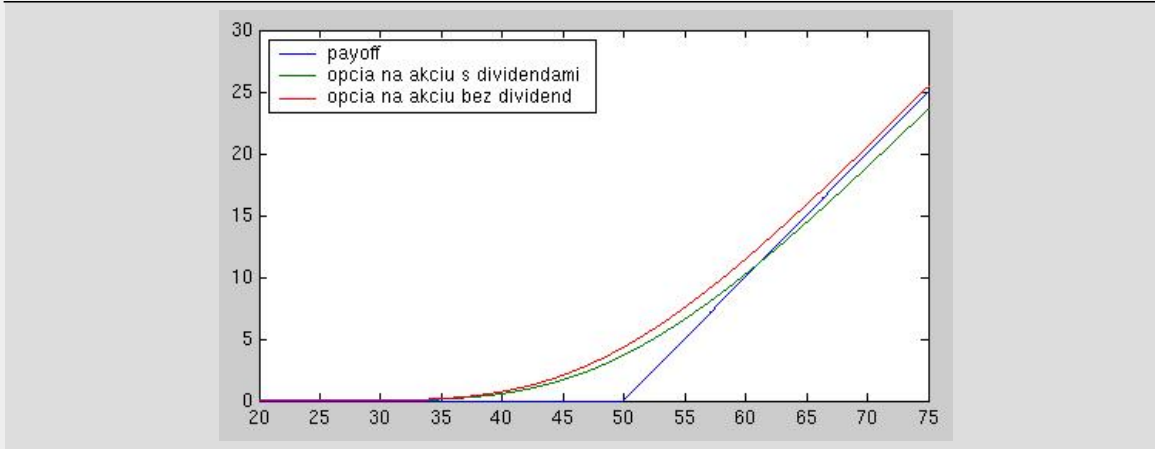
- Upravte váš program na výpočet ceny call opcie tak, aby zahŕňal aj možnosť vyplácania dividend.

Vypočítajte cenu európskej call opcie s expiráciou o pol roka, ktorej expiračná cena je 40 USD. Dnešná cena akcie je 43.5 USD, jej volatilita je 0.3. Úroková miera je pol percenta, dividendová miera je jedno percento.

- Do jedného obrázku nakreslite graf ceny call opcie (ako funkcie S), ak akcia vypláca dividendy a ak akcia nevypláca dividendy. Grafy by mali ilustrovať nasledovné vlastnosti:
 - Ak akcia vypláca dividendy, tak graf ceny call opcie vždy pretne payoff diagram.
 - Ak akcia nevypláca dividendy, tak jej graf vždy leží nad payoff diagramom.

Dokážte tieto vlastnosti.

Ukážka výstupu:



Návod k dôkazom:

- Uvažujte podiel $V/(S-E)$ a jeho limitu, keď cena akcie ide do nekonečna.
- Využite call-put paritu a fakt, že cena putu je kladná (intuitívne je to jasné, matematicky to vyplýva z transformácie Black-Scholesovej rovnice a koncových podmienky na rovnicu vedenia tepla).

:: Ďalšie príklady na precvičenie ::

- Nakreslite graf ceny call opcie (ako funkcie S) pre rôzne dividendové miery, pričom ostatné parametre sú rovnaké. Ako závisí cena call opcie od dividendovej miery - je to závislosť rastúca, klesajúca alebo nemusí byť monotónna? Dokážte.
- Dokážte, že cena call opcie na akciu vyplácajúcu dividendy sa pre veľké S približne rovná $S * \exp(-d \tau) - E * \exp(-r \tau)$.
- Ako sa zmení call-put parita v prípade, že akcia vypláca dividendy? Vypočítajte z nej cenu put opcie.
- Dokážte, že graf ceny put opcie vždy pretne payoff (bez ohľadu na to, či akcia vypláca alebo nevypláca dividendy).
- Ako sa zmení výpočet implikovanej volatility, ak akcia vypláca dividendy? Pre aké trhové ceny call a put opcie existuje implikovaná volatilita? Je jednoznačne určená?
- Vypočítajte deltu call a put opcie na akciu vyplácajúcu dividendy.
- [Vzorová písomka, 2009]

2. (2.5 b.) Vypočítajte cenu európskej call opcie na akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou dve percentá. Aktuálna cena akcie je 120 USD. Jej volatilita

je 0.6. Expiračná cena opcie je 130 USD, expiračný čas o pol roka. Úroková miera je pol percenta.

3. (2.5 b.) Uvažujme call opciu na akciu, ktorá vypláca dividendy so spojitou dividendovou mierou jeden a pol percenta. Aktuálna cena akcie je 100 USD, expiračná cena opcie je 110 USD, expiračný čas o pol roka. Úroková miera je pol percenta. Cena opcie je 8.5 USD. Rozhodnite, či existuje implikovaná volatilita. Ak áno, vypočítajte ju.
4. (2.5 b.) Uvažujme akciu, ktorá nevypláca dividendy a má volatilitu 0.7. Jej aktuálna cena je 100 USD. Ďalej uvažujme put opciu na túto akciu, expiračná cena opcie je 120 USD, expiračný čas o rok. Úroková miera je pol percenta. V portfóliu máme 100 akcií. Koľko opcií budeme mať v tomto portfóliu pri delta hedžingu (t. j. pri vytváraní delta-neutrálneho portfólia)?

Cvičenia z finančných derivátov, 2011
Beáta Stehliková, FMFI UK Bratislava

E-mail: stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk
Web: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>

