

Oceňovanie amerických opcií

:: Numerické riešenie ::

- Použijeme tú istú transformáciu a implicitnú metódu pri diskretizácii ako v prípade európskych opcií.
- Navyše potrebujeme zaručiť, že **cena derivátu neklesne pod payoff** - to by bola arbitráž.
- Vieme:
 - Cena európskeho callu na akciu bez dividend leží nad payoffom.
 - Cena európskeho callu na akciu bez dividend vždy pretne payoff.
 - Cena európskeho putu (bez ohľadu na to, či akcia vypláca dividendy alebo nie) vždy pretne payoff
- Takže: **Pre amerického callu na akciu bez dividend a ľubovoľného putu je iná ako cena príslušného európskeho derivátu.**
- **Cena derivátu sa hladko napojí na payoff.**
- Fakt, že cena americkej opcie musí ležať nad payoffom znamená, že **riešenie u rovnice vedenia tepla musí ležať lež nad transformovaným payoffom** (t.j. payoffom opcie transformovaným rovnakým spôsobom ako rovnica).

:: Porovnanie numerického oceňovania európskej a americkej opcie ::

Európska opcia - postup riešenia rovnice pre u

- Vypočítame okrajové podmienky a dosadíme ich do matice riešenia.
- Vypočítame začiatočnú podmienku a dosadíme ju do matice riešenia.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - SOR metóda
 - Začiatočná aproximácia: môžeme zobrať hodnoty z predchádzajúcej časovej vrstvy
 - Kontrola podmienky na ukončenie iterácií - norma rezídua
 - Výpočet novej iterácie podľa SOR metódy - opakujeme, kým nie je splnená podmienka na ukončenie iterácií, potom prejdeme na ďalšiu časovú vrstvu.

Americká opcia - postup riešenia rovnice pre u

- Vypočítame okrajové podmienky. **Riešenie musí byť nad transformovaným payoffom** => vypočítame **max(okrajová podmienka, transformovaný payoff)** a dosadíme do matice riešenia
- Vypočítame začiatočnú podmienku a dosadíme ju do matice riešenia.
- Výpočet ďalšej časovej vrstvy - **PSOR metóda (projektovaná SOR metóda)**
 - Začiatočná aproximácia: **hodnoty z predchádzajúcej časovej vrstvy treba porovnať s transformovaným payoffom** => **zoberieme max(predchádzajúca časová vrstva, transformovaný payoff)**
 - Kontrola podmienky na ukončenie iterácií - norma rezídua sa nedá použiť, lebo neriešime sústavu rovníc, použijeme **vzdialenosť dvoch nasledujúcich iterácií**
 - Výpočet novej iterácie podľa PSOR metódy - vypočítame i -tu zložku vektora pomocou SOR metódy a **porovnáme s transformovaným payoffom** => **zoberieme max(SOR iterácia, transformovaný payoff)** a počítame ďalšiu zložku - opakujeme, kým nie je splnená podmienka na ukončenie iterácií, potom prejdeme na ďalšiu časovú vrstvu.

:: Cvičenie ::

Podľa uvedeného algoritmu naprogramujte numerické oceňovanie amerických opcií.

:: Ďalšie príklady na precvičenie ::

1. Príklad, ktorý bude na druhej písomke, môžete si teda pripraviť odpoveď:

Oceňovanie amerických opcií.

(5 bodov) Cena akcie S sa riadi geometrickým Brownovym pohybom $dS = \mu S dt + \sigma S dw$ s parametrami $\mu = 0.20$, $\sigma = 0.40$. Akcia nevypláca dividendy. Dnešná cena akcie je 10 USD. Úroková miera je 10 percent. Vypočítajte cenu americkej put opcie s expiračnou cenou 10 USD a expiráciou o pol roka.

Bodovanie: V knihe, odkiaľ sú prevzaté parametre úlohy, je numerické riešenie s presnosťou na štyri desatinné miesta. Ak bude rozdiel vášho riešenia v absolútnej hodnote menší ako jeden cent, získavate 5 bodov. Ak bude rovnaký, alebo väčší, ako rozdiel v porovnaní s cenou európskej opcie, získavate 0 bodov. Medzi týmito hodnotami je počet bodov lineárny.

Tu sú výsledky pre opciu s expiráciou o tri mesiace (ostatné parametre sú rovnaké), môžu byť užitočné pri nastavovaní parametrov numerickej schémy:

Asset Price	Payoff Value	3 months	
		Amer.	Euro.
0.00	10.0000	10.0000	9.7531
2.00	8.0000	8.0000	7.7531
4.00	6.0000	6.0000	5.7531
6.00	4.0000	4.0000	3.7569
8.00	2.0000	2.0200	1.9024
10.00	0.0000	0.6913	0.6694

12.00	0.0000	0.1711	0.1675
14.00	0.0000	0.0332	0.0326
16.00	0.0000	0.0055	0.0054

Cvičenia z finančných derivátov, 2011
Beáta Stehliková, FMFI UK Bratislava

E-mail: stehlikova@pc2.iam.fmph.uniba.sk
Web: <http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/>

