

CVIČENIA Z FINANČNÝCH DERIVÁTOV, LS 2010/2011
PÍ SOMKA 1 - INFORMÁCIE

Typy príkladov:

- *Náhodné procesy*: výpočet stredných hodnôt a pravdepodobnostných rozdelení, generovanie trajektórií procesov, použitie Itóovej lemy
- *Geometrický Brownov pohyb na modelovanie ceny akcie*: odhad parametrov z dát, výpočet stredných hodnôt, pravdepodobností
- *Európske opcie*: konštrukcia kombinovaných stratégií so zadaným payoffom, dôkaz nerovnosti pre ceny opcií pomocou vylúčenia arbitráže, hľadanie arbitráže pre zadané ceny opcií
- *Black-Scholesov model*: výpočet cien opcií a stratégií, implikovaná volatilita, delta opcie a hedžing, parametre citlivosti (greeks)

Pokyny a hodnotenie:

- Písomka sa píše pri počítači, môžete používať aj poznámky, knihy, dopredu pripravené programy, ...
- K riadne získaným bodom sa pridáva bonus:

$$\max(x - \text{medián}, 0),$$

kde x sú vaše body. Keďže medián nie je jednoznačne určený, zoberie sa hodnota, ktorú dáva Matlab.

CVIČENIA Z FINANČNÝCH DERIVÁTOV, LS 2010/2011
PÍ SOMKA 1 - UKÁŽKA

Pokyny:

- V úlohách 1-4 píš te iba výsledky do vyznačeného miesta, hodnotí sa len správnosť výsledku.
- V úlohe 6 píš te celý výpočet, body sú aj za postup, resp. čiastočné výsledky.
- Histogram z úlohy 5 poš líte vo formáte **gif** alebo **jpg** mailom na adresu **bs.ulohy@gmail.com** so subjectom **FD 2011 - písomka 1 - priezvisko**. Pri odovzdávaní písomky si dopíš em, či som od vás histogram dostala alebo nie - počkajte, kým si to na vašu písomku poznačím.

1. (0.5 b. za každú strednú hodnotu, spolu 2 body) Vo všetkých zadaniach predstavuje w Wienerov proces. Vypočítajte strednú hodnotu nasledujúcich procesov v čase $t = 5$:

proces	stredná hodnota
$x(t) = 3 + 2w(t)$	
$dx(t) = 2dt + 5dw(t), x(0) = 3$	
$x(t) = 2e^{2t-0.5w(t)}$	
$dx(t) = x(t)dt + x(t)dw(t), x(0) = 1$	

2. (1 bod) Predpokladajme, že cena akcie sa riadi stochastickou diferenciálnou rovnicou $dS = 0.3Sdt + 0.2Sdw$, kde w je Wienerov proces. Dnešná cena akcie je 125 USD. Aká je pravdepodobnosť, že o rok bude cena vyššia ako 150 USD?

pravdepodobnosť =

3. (0.5 b. za každú strednú hodnotu, spolu 1.5 bodu) Cena akcie sa riadi stochastickou diferenciálnou rovnicou $dS = 0.3Sdt + 0.2Sdw$, kde w je Wienerov proces. Jej dnešná cena je 125 USD. Úroková miera je 1 percento, všetky uvažované opcie majú splatnosť o pol roka. Vypočítajte ich cenu:

opcia/stratégia	cena
call opcia s expiračnou cenou 120 USD	
put opcia s expiračnou cenou 150 USD	
stratégia pozostávajúca z kúpy jednej call a jednej put opcie s rovnakou expiračnou cenou 130 USD.	

4. (1.5 bodu) Nájdite arbitrážnu príležitosť pri daných cenách call opcií. Všetky opcie majú splatnosť o rok, úroková mieraje nulová, dnešná cena akcie je 28 USD.

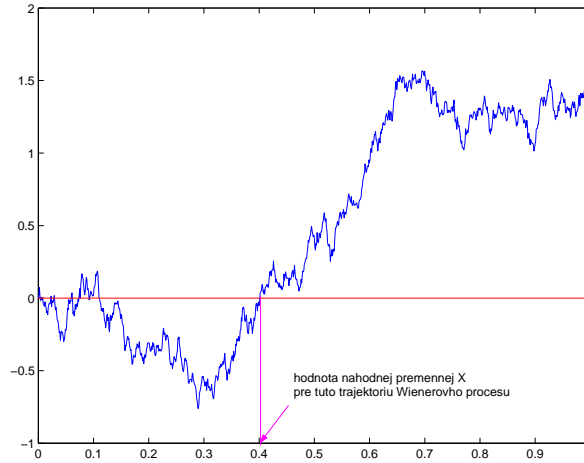
expiračná cena	cena call opcie
15	30
20	26
25	22
30	20
35	19

kombinácia opcií vedúca k arbitráži:

5. (1.5 bodu) Nech w je Wienerov proces. Definujme náhodnú premennú X vyjadrujúcu čas, v ktorom daná trajektória na intervale $[0, 1]$ naposledy nadobúdala nulovú hodnotu:

$$X = \sup\{s : s \in [0, 1], w(s) = 0\}.$$

Zobrazte histogram 2000 realizácií premennej X .



6. (2.5 bodu) Čomu sa rovná limita delty call opcie pre $\tau \rightarrow 0^+$? Svoje tvrdenie dokážte.