

(10b) Testovanie hypotéz – jednostranné alternatívy

Vrátime sa ešte k testovaniu hypotézy o strednej hodnote. Ak máme sformulovanú nulovú a alternatívnu hypotézu nasledovné:

- nulová hypotéza: stredná hodnota sa rovná m ,
- alternatívna hypotéza: stredná hodnota sa nerovná m ,

tak v prípade zamietnutia nulovej hypotézy tvrdíme, že sa stredná hodnota nerovná testovanej hodnote. To ale nemusí byť vždy užitočná informácia.

Predstavme si, že máme dáta o výsledkoch testu na začiatku vyučovacej hodiny, na ktorej sa daná téma zopakovala a potom na jej konci. Chceme zistiť, či bolo opakovanie užitočné. Priemer po opakovaní bol o niečo vyšší, takže chceme vedieť, či to môžeme pripísať náhode, alebo ide o signifikantný rozdiel.

```
body_pred = [11, 10, 12, 15, 9, 9, 15, 12, 19, 12]
body_po = [11, 11, 12, 15, 8, 9, 15, 14, 20, 13]

print(f"priemer pred: opakovaním {np.mean(body_pred)}")
print(f"priemer po opakovaní: {np.mean(body_po)}")
```

```
priemer pred: opakovaním 12.4
priemer po opakovaní: 12.8
```

Ide o párové dáta, takže vieme spraviť rozdiely a bude nás zaujímať, či je ich stredná hodnota rovná nule.

```
rozdiely = [y - x for x, y in zip(body_pred, body_po)]
print(f"rozdiely: {rozdiely}")
print(f"priemer: {np.mean(rozdiely)}")
```

```
rozdiely: [0, 1, 0, 0, -1, 0, 0, 2, 1, 1]
priemer: 0.4
```

Ak by sa však hypotéza o strednej hodnote v prospech alternatívy – že nie je nulová – zamietla, nebola by to ešte informácia v prospech opakovania. Dostali by sme len, že stredná hodnota po opakovaní je iná ako pred ním, a nie, že je vyššia.

V takýchto situáciách má zmysel formulovať **jednostrannú alternatívnu hypotézu**. Napríklad v tomto prípade teda pre rozdiely "po opakovaní mínus pred opakovaním" budeme mať:

- nulová hypotéza: stredná hodnota je nulová
- alternatívna hypotéza: stredná hodnota je kladná.

Nulovú hypotézu zamietneme v prospech alternatívnej v prípade že priemer bude výrazne kladný. Čo znamená “výrazne kladný” dostaneme analogicky ako v prípade obojstrannej alternatívy pomocou známeho rozdelenia testovacej štatistiky za platnosti nulovej hypotézy.

V tomto prípade majú dáta normálne rozdelenie:

```
from scipy.stats import shapiro

_, p_hodnota = shapiro(rozdiely)
print(f"p-hodnota: {p_hodnota:.5f}")
```

p-hodnota: 0.17164

Preto použijeme t-štatistiku a nulovú hypotézu zamietneme, ak je t-štatistika väčšia ako 95-percentný kvantil Studentovho t-rozdelenia (počet stupňov voľnosti je počet dát zmenšený o jednotku):

```
from scipy.stats import t

alpha = 0.05
kriticka_hodnota = t.ppf(1 - alpha, df=len(rozdiely)-1)
print(f"kriticka hodnota: {kriticka_hodnota:.5f}")
```

kriticka hodnota: 1.83311

Pri takomto postupe bude pravdepodobnosť zamietnutia pravdivej nulovej hypotézy 5 percent, čo chceme. (Pri inej zvolenej pravdepodobnosti zamietnutia pravdivej nulovej hypotézy dostaneme príslušný kvantil.)

V Pythone:

```
from scipy.stats import ttest_1samp

stat, p_hodnota = ttest_1samp(rozdiely, popmean=0, alternative="greater")
print(f"štatistika: {stat:.5f}, p-hodnota = {p_hodnota:.5f}")
```

štatistika: 1.50000, p-hodnota = 0.08393

Vidíme, že v tomto prípade nulovú hypotézu nezamietame.

P-hodnotu vypočítame ako pravdepodobnosť získania “aspoň tak extrémneho výsledku ako pozorujeme”, ak platí nulová hypotéza. Keďže na neplatnosť nulovej hypotézy (a teda platnosť alternatívnej) poukazujú veľmi veľké hodnoty štatistiky, tak “aspoň tak extrémny výsledok, ako pozorujeme” znamená “aspoň tak veľká hodnota štatistiky, ako pozorujeme”.

