Poznámky k písomkám

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

- Pri hľadaní radiálne symetrického riešenia rovnice typu
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \ldots x_n^2)^3$$
musia výjsť vo výsledku dve konštanty (lebo riešime rovnicu druhého rádu). K rovnici môži byť zadané dve podmienky - funkčné hodnoty v dvoch bodoch (rôzne vzdialených od nuly) alebo na povrchu dvoch gúľ so stredom v nule - a ak by sme niektorú konštantu vo všeobecnom riešení zabudli, nemohli by sme tieto podmienky splniť.

- Ak riešime ODR pre funkciu $y = y(x)$ a chceme spraviť transformáciu $u(x) = \frac{y(x)}{x}$, tak pri výpočte $\frac{du}{dx}$ sa $\frac{y(x)}{x}$ derivuje ako podiel (resp. ako súčin $y(x)\frac{1}{x}$):
$$\frac{du}{dx} = \frac{\frac{dy}{dx}x - y}{x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}\left(\frac{du}{dx}x^2 + y\right) = \frac{du}{dx}x + \frac{y}{x} = \frac{du}{dx}x + u,$$
resp.
$$\frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx}\frac{1}{x} + y\frac{(-1)}{x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \left(\frac{du}{dx} + \frac{y}{x^2}\right)x = \frac{du}{dx}x + \frac{y}{x} = \frac{du}{dx}x + u.$$
Jednodušie je však prepísať si tranformáciu ako rovnosť pre funkciu $y(x)$:
$$u(x) = \frac{y(x)}{x} \Rightarrow y(x) = x\,u(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u + x\frac{du}{dx},$$

- Stredná hodnota normálneho rozdelenia je reálne číslo, jeho disperzia je kladné číslo. Nedá sa teda uvažovať normálne rozdelenie s imaginárnou strednou hodnotou a zápornou disperziou. Vo viacerých riešeniach sa takéto rozdelenie uvažovalo, spolu so strednou hodnotou "príslušného"lognormálneho rozdelenia. Výsledok vyšiel správny, preto som to uznávala ako pomocný výpočet vedúci k výsledku, na skúške to však už uznané nebude, lebo to nie je matematicky dobrý argument. Ak chcete pracovať s komplexnými číslami v súvislosti s normálnym rozdelením, môžete použiť charakteristickú funkciu: Ak X má normálne rozdelenie so strednou hodnotou μ a štandardnou odchýlkou $\sigma > 0$, tak pre jeho charakteristickú funkciu platí
$$\phi(t) = E\left(e^{itX}\right) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$
a môžete použiť jej hodnotu vo vhodnom bode t (pričom t je reálne číslo).

- Ak je integrovaná funkcia ostro kladná všade okrem jedného bodu (alebo napríklad aj spočítateľného počtu bodov), tak jej integrál je kladný. Nemôžeme však napísať, že integrovaná funkcia je všade kladná, ak to tak nie je.

- Ak je integrál z funkcie kladný, neznamená to, že integrovaná funkcia musí byť všade kladná. (Nemusí byť kladná ani skoro všade.)