

Domáca úloha 5

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Termín odovzdania: 14. 11. 2022 na začiatku cvičenia

V príkladoch 1, 2 riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke. Príklady 3, 4 sú spoločné. Vo všetkých príkladoch sa treba dopracovať k explicitnému predpisu pre riešenie (vo všetkých prípadoch sa to dá).

Príklad 1: Nájdenie riešenia PDR (10 b.)

Nájdite riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$(x^3 - 3xy^2) \frac{\partial u}{\partial x} + (3x^2y - y^3) \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku

1. $u(x, 2x) = x^6$
2. $u(x, 2x) = x^4$
3. $u(x, 4x) = x^6$
4. $u(x, 4x) = x^4$

Ak ste mali správne nájdený integrál charakteristického systému v DÚ3, môžete ho teraz použiť. Ak nie, uveďte aj opravený výpočet integrálu.

Príklad 2: Nájdenie riešenia PDR (10 b.)

Nájdite riešenie $u(x, y, z)$ rovnice

$$(z - y) \frac{\partial u}{\partial x} + (x - z) \frac{\partial u}{\partial y} + (y - x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku

1. $u(x, y, 1) = xy + x + y$
2. $u(x, 1, z) = xz + x + z$
3. $u(1, y, z) = yz + y + z$

Príklad 3: Nájdenie riešenia PDR (10 b.)

Nájdite riešenie $z = z(x, y)$ rovnice

$$x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x - 3y),$$

ktoré spĺňa podmienku

$$z(1, y) = -\frac{1}{y}.$$

Príklad 4: Nájdenie riešenia PDR (10 b.)

Nájdite riešenie $z = z(x, y)$ rovnice

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - x^2 - y^2,$$

ktoré spĺňa podmienku

$$z(x, -2) = x - x^2.$$