

Domáca úloha 6

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Termín odovzdania: 21. 11. 2022 na začiatku cvičenia

V príkladoch 1, 2 riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke. V príklade 1 ide o opakovanie zo začiatku semestra, podobné úlohy sa riešili aj prvej domácej úlohe. Príklad 2 využíva vzorec odvodený na prednáške a integrovanie (úpravou na úplný štvorec). V príkladoch 1, 2 je $a > 0$ konštanta. Otázky v časti 3 sú spoločné a využijeme ich na cvičení.

Príklad 1: Nájdenie riešenia PDR v špeciálnom tvare (10 b.) Nájdite riešenie $u = u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku:

1. $u(x, 0) = \sin(2x) - 10 \cos(3x) + x$
2. $u(x, 0) = \sin(2x) - 4 \cos(5x) + 3x$
3. $u(x, 0) = 4 \sin(5x) - \cos(3x) + 2x$
4. $u(x, 0) = 4 \sin(5x) - \cos(6x) - x$

Príklad 2: Riešenie rovnice vedenia tepla Greenovym vzorcom (10 b.) Pomocou Greenovho vzorca z prednášky nájdite riešenie $u = u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku:

1. $u(x, 0) = e^{-2x^2}$
2. $u(x, 0) = e^{-3x^2}$
3. $u(x, 0) = e^{-4x^2}$

Príklad 3: Opakovanie niektorých faktov z pravdepodobnosti (20 b.) Nech X je náhodná premenná s normálnym rozdelením so strednou hodnotou μ a disperziou σ^2 . Napíšte, čomu sa rovná

- jej hustota
- stredná hodnota $E(X^2)$ - *návod: využite vzťah medzi strednou hodnotou, disperziou a $E(X^2)$*
- stredná hodnota $E(e^X)$, t. j. stredná hodnota lognormálneho rozdelenia (stačí výsledok)
- stredná hodnota $E(e^{3X})$ - *návod: aj $3X$ má normálne rozdelenie, určte jeho strednú hodnotu a disperziu a využite predchádzajúcu otázku*