

## Domáca úloha 7

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Termín odovzdania: 5. 12. 2022 na začiatku cvičenia

Riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke.

**Príklad 1 (10 b.):** Nájdite riešenie  $u = u(x, t)$  rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t) \quad (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

ktoré spĺňa podmienku  $u(x, 0) = 0$ , ak:

1.  $f(x, t) = 2e^{2x}$  a  $k = 3$
2.  $f(x, t) = 2e^{-3x}$  a  $k = -3$
3.  $f(x, t) = -3e^{4x}$  a  $k = 5$
4.  $f(x, t) = -2e^{-2x}$  a  $k = -5$

**Príklad 2 (10 b.):** Nech  $u = u(x, t)$  je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (x \in \mathbb{R}, t > 0),$$

ktoré spĺňa podmienku:

1.  $u(x, 0) = x^{234}$
2.  $u(x, 0) = x^{456}$
3.  $u(x, 0) = x^{678}$

Dokážte, že funkcia  $u(x, t)$  je pre každý čas  $t > 0$  konvexnou funkciou premennej  $x$ .

**Príklad 3 (10 b.):** Nech  $u = u(x, t)$  je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

ktoré spĺňa podmienku:

1.  $u(x, 0) = e^{-2x^2}$

2.  $u(x, 0) = e^{-3x^2}$

3.  $u(x, 0) = e^{-4x^2}$

Nájdite hodnotu integrálu  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$  pre každý čas  $t > 0$ .

**Príklad 4 (10 b.):** Nech  $u = u(x, t)$  je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

ktoré spĺňa podmienku  $u(x, 0) = u_0(x)$ , ak

1.  $u_0(x) = e^{-2x^2}$  a  $k = 2$

2.  $u_0(x) = e^{-3x^2}$  a  $k = -3$

3.  $u_0(x) = e^{-4x^2}$  a  $k = 4$

Nájdite hodnotu integrálu  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$  pre každý čas  $t > 0$ .