

Domáca úloha 8

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Termín odovzdania: 12. 12. 2022 na začiatku cvičenia

Spoločné zadanie, výsledky budeme potrebovať na cvičení. Ide o opakovanie: integrály z výpočtov Fourierových koeficientov a hľadanie riešení obyčajnej diferenciálnej rovnice špecifického tvaru.

Príklad 1 (5+5 b.). Nech k je prirodzené číslo. Vypočítajte integrály:

1. $\int_0^1 \sin(k\pi x) dx$

2. $\int_0^1 x \sin(k\pi x) dx$

Zapíšte výsledky tak, aby výsledok neobsahoval explicitne sínus a kosínus (platí $\sin(k\pi) = 0$, $\cos(k\pi) = (-1)^k$).

Príklad 2 (5 b.). Nájdite všeobecné riešenie $\alpha(t)$ obyčajnej diferenciálnej rovnice

$$\dot{\alpha}(t) + k \alpha(t) = 0,$$

kde $k > 0$ je konštanta.

Príklad 3 (5+5+5+10 b.). Nájdite partikulárne riešenie $\alpha(t)$ (t.j. jedno konkrétne riešenie, pričom neberieme ohľad na hodnotu v čase $t = 0$, tá môže byť ľubovoľná) obyčajnej diferenciálnej rovnice

$$\dot{\alpha}(t) + k \alpha(t) = f(t),$$

kde $k > 0$ je konštanta a funkcia $f(t)$ je

- $f(t) = b$,
- $f(t) = bt + c$,
- $f(t) = c e^{bt}$,
- $f(t) = c \sin(bt)$,

kde $b, c \neq 0$ sú konštanty.