

Vzorová písomka 1

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Každý príklad má hodnotu 4 body.

Príklad 1. Nájdite všeobecné riešenie $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$, kde $n \geq 3$ je prirodzené číslo. Hľadáme pritom radiálne symetrické riešenie danej rovnice, t. j. riešenie v tvare $u(x_1, \dots, x_n) = f(r)$, kde r je vzdialenosť bodu (x_1, \dots, x_n) od začiatku súradni-cového systému, teda $r = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^{2022}.$$

Príklad 2. Nájdite všeobecné riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$(2x + y) \frac{\partial u}{\partial x} + (x + 2y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Príklad 3. Nájdite riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 2u,$$

ktoré spĺňa podmienku $u(x, 0) = 1$ pre $x > 0$.

Príklad 4. Nájdite riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$2xy \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku $u(x, 1) = 2x$.

Príklad 5. Nájdite všeobecné riešenie $z = z(x, y)$ rovnice

$$xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - 2z) \frac{\partial z}{\partial y} = yz.$$