

Domáca úloha 3

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2023

Termín odovzdania: 19. 10. 2023 na začiatku cvičenia

V každom príklade riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke.

Príklad 1: Nájdenie riešenia spĺňajúceho danú podmienku. Uvažujme parciálnu diferenciálnu rovnicu z prvého príkladu domácej úlohy 1 (každý svoju). Nájdite všetky také riešenia $u(x_1, \dots, x_n)$, ktorých funkčná hodnota na n -rozmernej sfére ($n \geq 2$) s polomerom 1 je rovná 2023.

Príklad 2: Nájdenie riešenia spĺňajúceho danú podmienku. Dokážte, že funkcia

$$u(x, y) = x^2 f\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

je riešením rovnice

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + 2y \frac{\partial u}{\partial y} = 2u.$$

Nájdite také riešenie, ktoré spĺňa podmienku

1. $u(x, 1) = x^2$
2. $u(2, y) = y^2$
3. $u(x, x) = (1 + x)^2$

Príklad 3: Nájdenie prvého integrálu systému ODR (10 b.) Nájdite dva integrály (máme systém troch rovníc) systému:

1. $\dot{x} = yz, \dot{y} = -xz, \dot{z} = 4x^2y(x^2 + y^2)$
2. $\dot{x} = yz, \dot{y} = -xz, \dot{z} = 3x^3y(x^2 + y^2)$
3. $\dot{x} = yz, \dot{y} = -xz, \dot{z} = 2x^4y(x^2 + y^2)$

Príklad 4: Nájdenie prvého integrálu systému ODR (10 b.) Nájdite integrál systému

$$\dot{x} = x^3 - 3xy^2, \dot{y} = 3x^2y - y^3$$

tak, že budete uvažovať

1. ODR pre funkciu $y = y(x)$,
2. ODR pre funkciu $x = x(y)$.

Nájdite úpravami taký integrál, ktorý neobsahuje logaritmus ani zložené zlomky.