

Domáca úloha 6

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2023

Termín odovzdania: 23. 11. 2023 na začiatku cvičenia

V príkladoch 1, 2 riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke. Príklad 3 je spoločný.

Vo všetkých príkladoch sa rovnica rieši pre $x \in (-\infty, \infty), t > 0$.

Príklad 1. (10 b.) Nájdite riešenie $u = u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku:

1. $u(x, 0) = e^{-2x^2}$
2. $u(x, 0) = e^{-3x^2}$
3. $u(x, 0) = e^{-4x^2}$
4. $u(x, 0) = e^{-5x^2}$

Príklad 2. (10 b.) Nájdite riešenie $u = u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku:

1. $u(x, 0) = e^{-2x+6}$
2. $u(x, 0) = e^{-3x+5}$
3. $u(x, 0) = e^{-4x+4}$

Príklad 3. (10+10 b.) Uvažujme rovnicu

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

s podmienkou

$$u(x, 0) = \sin(3x) + 2 \cos(5x).$$

- Dokážte, že riešenie nemá tvar $u(x, t) = \alpha(t) (\sin(3x) + 2 \cos(5x))$
- Nájdite riešenie tak, že ho budete hľadať v tvare $u(x, t) = \alpha(t) \sin(3x) + 2\beta(t) \cos(5x)$