

# Opravná písomka 1

## 2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2022

Každý príklad má hodnotu 4 body.

**Príklad 1.** Nájdite všeobecné riešenie  $u(x_1, \dots, x_n)$ . Hľadáme pritom radiálne symetrické riešenie danej rovnice, t. j. riešenie v tvare  $u(x_1, \dots, x_n) = f(r)$ , kde  $r$  je vzdialenosť bodu  $(x_1, \dots, x_n)$  od začiatku súradnicového systému, teda  $r = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$ .

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^{2022}.$$

**Príklad 2.** Nájdite všeobecné riešenie  $u = u(x, y)$  rovnice

$$(2x + y) \frac{\partial u}{\partial x} + (x + 2y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

**Príklad 3.** Nájdite riešenie  $u = u(x, y)$  rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 2u,$$

ktoré spĺňa podmienku  $u(x, 0) = 1$  pre  $x > 0$ .

**Príklad 4.** Nájdite riešenie  $u = u(x, y)$  rovnice

$$2xy \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku  $u(x, 1) = 2x$ .

**Príklad 5.** Nájdite všeobecné riešenie  $z = z(x, y)$  rovnice

$$xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - 2z) \frac{\partial z}{\partial y} = yz.$$