

Príklady na precvičenie, cvičenie 9

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2024

5. decembra 2024

Príklady sa neodovzdávajú, je možné prísť so svojim pokusom/riešením na konzultácie.

ROVNICA VEDENIA TEPLA NA PRIAMKE: PRÍKLADY Z CVIČENIA

1. Nájdite riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sin(2024x)t^{2024} \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = 2024 \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

POKRAČOVANIE

Nemomogénna RVT vzniká aj pri riešení rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A \frac{\partial u}{\partial x} + Bu = f(x, t) \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0.$$

Použijeme rovnakú transformáciu ako v homogénnom prípade, teda

$$u(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} v(x, t)$$

pričom konštanty α, β určíme tak aby funkcia $v(x, t)$ spĺňala RVT. Ak je rovnica pre $u(x, t)$ nehomogénna, aj RVT pre $v(x, t)$ bude nehomogénna.

2. Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial u}{\partial x} = 1 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = e^{3x} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$