

Domáca úloha 1

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2024

Termín odovzdania: 10. 10. 2024 na začiatku cvičenia

- V každom príklade riešte to zadanie, ktoré je napísané pri vašom mene v Google tabuľke <http://bit.ly/4en5NZW>.
- Primeraná spolupráca pri riešení úloh je povolená, to znamená, že finálne riešenie musí napísať každý samostatne, nie sledujúc pritom riešenie spolužiaka alebo riešenie z iného zdroja.

Príklad 1: Riešenie PDR pomocou transformácie na ODR (2.5 b.)

Nájdite riešenie $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$, kde n je prirodzené číslo väčšie ako 1. Hľadáme pritom tzv. radiálne symetrické riešenie danej rovnice, t. j. riešenie v tvare $u(x_1, \dots, x_n) = f(r)$, kde r je vzdialenosť bodu (x_1, \dots, x_n) od začiatku súradnicového systému, teda $r = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$. Od riešenia navyše požadujeme, aby funkčná hodnota na guľi so stredom v nule a s polomerom 1 bola rovná 2.

1. $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$
2. $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^2$
3. $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^3$
4. $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^{\frac{1}{3}}$

Príklad 2: Nájdienie prvého integrálu systému ODR (2.5 b.)

1. $\dot{x} = 3x^2, \dot{y} = 2y^3$
2. $\dot{x} = 5x^3, \dot{y} = 4y^4$

Príklad 3: Nájdienie prvého integrálu systému ODR (2.5 b.)

1. $\dot{x} = 2x, \dot{y} = 5xe^{-x}$
2. $\dot{x} = 3x, \dot{y} = 4xe^{-x}$

Príklad 4: Nájdienie prvého integrálu systému ODR (2.5 b.)

1. $\dot{x} = 3, \dot{y} = 5e^{3x} + 6y$
2. $\dot{x} = 4, \dot{y} = 6e^{3x} + 8y$
3. $\dot{x} = 5, \dot{y} = 3e^{3x} + 10y$