

CVIČENIA Z PDR 2005/2006

DOMÁCA ÚLOHA 7

TERMÍN ODOVZDANIA: 10.11.2005

*Za správne riešenie ľubovoľného príkladu je 1 bod. Odovzdať môžete aj viac príkladov, maximálne však môžete získať jeden bod.*

1. Nájdite riešenie  $z = z(x, y)$  rovnice

$$xz \frac{\partial z}{\partial x} + yz \frac{\partial z}{\partial y} = x^3 + y,$$

ktoré spĺňa  $z(3y^2, y) = 4y^3$ .

2. Nájdite riešenie  $u = u(x, y, z)$  rovnice

$$(z - y)^2 \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial u}{\partial y} + y \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

ktoré spĺňa  $u(0, y, z) = 2y(y - z)$ .

3. **Zákon zachovania hmoty v 2D**

Ak je hmota unášaná vektorovým poľom  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ , tak zo zákona zachovania hmoty vyplýva, že jej hustota  $\rho(t, x, y)$  vyhovuje rovnici

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(v_1 \rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v_2 \rho)}{\partial y} = 0.$$

- (a) Nájdite rozdelenie hustoty hmoty v priestore v čase  $t$  (t.j. funkciu  $\rho(t, x, y)$ ), ak vektorové pole  $\mathbf{v} = (-x, -y)$  a rozdelenie hmoty v čase  $t = 0$  je  $\rho_0(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$ .
- (b) Pre každý bod roviny  $(x, y)$  nájdite limitu  $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t, x, y)$ .