

CVIČENIA Z PDR 2005/2006

DOMÁCA ÚLOHA 9
TERMÍN ODOVZDANIA: 1.12.2005

Za správne riešenie ľubovoľného príkladu je 1 bod. Odovzdať môžete aj viac príkladov, maximálne však môžete získať jeden bod.

1. Nech $u(x, t)$ je riešením rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0,$$

$$u(x, 0) = x + \sin x.$$

Dokážte, že potom v každom kladnom čase t platí

$$x - 1 < u(x, t) < x + 1 \text{ pre všetky } x.$$

2. Nech pre funkcie $u_0(x)$ a $v_0(x)$ platí

$$|u_0(x) - v_0(x)| \leq \varepsilon \text{ pre všetky } x,$$

pričom $\varepsilon > 0$ je dané číslo. Nech $u(x, t)$, resp. $v(x, t)$ je riešenie rovnice vedenia tepla so začiatočnou podmienkou $u_0(x)$, resp. $v_0(x)$. Dokážte, že v každom čase t platí

$$|u(x, t) - v(x, t)| \leq \varepsilon \text{ pre všetky } x.$$

3. Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = e^{-2t},$$

$$u(x, 0) = 1$$

a spravte skúšku.