

### Cvičenie 8: Bázické riešenia a krajné body.

1. (zdroj: [4]) Daná je množina prípustných riešení

$$\mathcal{P} = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\},$$

kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Nájdite bázické riešenia systému  $Ax = b$  a príslušné bázy. Ktoré z nich sú prípustné bázické riešenia?

2. (zdroj: [4]) Množina prípustných riešení je daná vzťahmi

$$\begin{aligned} x_1 + \frac{8}{3}x_2 &\leq 4x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2x_1 &\leq 3 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- a) Graficky znázornite množinu prípustných riešení a nájdite jej krajné body.  
b) Zavedením doplnkových premenných definujte množinu prípustných riešení v tvare  $\{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ . Nájdite prípustné bázické riešenia a porovnajte s krajnými bodmi.

3. Daný je systém rovníc  $Ax = b$ , kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Nájdite všetky bázické riešenia a príslušné bázy.  
b) Nájdite všetky prípustné bázické riešenia pre

$$\mathcal{P} = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}.$$

- c) Nájdite vektor  $c$  účelovej funkcie tak, aby optimálna hodnota minimalizačnej úlohy bola 3 a aby množina optimálnych riešení bola jednobodová.  
d) Nájdite vektor  $c$  účelovej funkcie tak, aby optimálna hodnota maximalizačnej úlohy bola 3 a aby množina optimálnych riešení mala afínnu dimenziu 1.

4. Analyzujte minimá a maximá lineárnej funkcie  $c^T x$  v závislosti od zložiek vektora  $c$ , ak je množina prípustných riešení

a) pravdepodobnostný simplex  $\mathcal{P} = \{x \geq 0 \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$ ;

b) jednotkový simplex  $\mathcal{P} = \{x \geq 0 \mid \sum_{i=1}^n x_i \leq 1\}$ .

c) Existuje vektor  $c \neq 0$ , pre ktorý je množina optimálnych riešení celá množina prípustných riešení?

5. Analyzujte minimá a maximá lineárnej funkcie  $c^T x$  v závislosti od zložiek vektora  $c \in \mathbb{R}_+^3$ , ak je množina prípustných riešení

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, 3\}.$$

V závislosti od počtu nulových zložiek vektora  $c$  určte afínnu dimenziu množiny optimálnych riešení.