

**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**

Ekonomická a finančná matematika

**EKONOMETRICKÝ MODEL AGREGÁTNEHO DOPYTU  
SLOVENSKEJ REPUBLIKY**

Diplomant: Lenka Drnáková

Školiteľ: Doc. RNDr. Viliam Páleník, Ph. D.

Bratislava 2003

Čestne prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne, s využitím teoretických poznatkov a s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave, 17.4.2003

.....

Ďakujem svojmu školiteľovi Doc. RNDr. Viliamovi Páleníkovi, Ph. D. za odborné vedenie, pomoc, cenné rady a čas, ktorý mi venoval pri spracovávaní tejto práce.

## Obsah

Úvod .....	2
<b>1. Agregátny dopyt.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Ekonometria a vývoj ekonometrického modelovania .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1. POJEM EKONOMETRIE.....</b>	<b>4</b>
<b>2.2. STRUČNÝ PREHEAD Z HISTÓRIE EKONOMETRIE.....</b>	<b>4</b>
<b>2.3. HISTÓRIA VÝVOJA MAKROEKONOMICKÝCH MODELOV.....</b>	<b>5</b>
<b>2.4. EKONOMETRIA A MODELOVANIE NA SLOVENSKU.....</b>	<b>6</b>
<b>3. Ekonometrické modely, simultánne systémy rovníc.....</b>	<b>9</b>
<b>3.1. MODELY, EKONOMETRICKÉ MODELY .....</b>	<b>9</b>
<b>3.2. EKONOMETRICKÉ MODELY V TVARE SIMULTÁNNYCH ROVNÍC.....</b>	<b>11</b>
3.2.1. Metódy odhadu štrukturálnych parametrov simultánneho systému .....	13
3.2.2. Modely s členom korigujúcim chyby .....	18
<b>4. Charakteristika vývoja zložiek agregátneho dopytu SR od r. 1993.....</b>	<b>20</b>
<b>5. Analýza zložiek agregátneho dopytu v modeloch slovenských inštitúcií.....</b>	<b>23</b>
<b>5.1. KONEČNÁ SPOTREBA DOMÁCNOSTÍ.....</b>	<b>23</b>
5.1.1. Teória.....	23
5.1.2. Rovnica spotreby v modeloch slovenských inštitúcií.....	24
<b>5.2. FUNKCIA VEREJNEJ SPOTREBY .....</b>	<b>25</b>
<b>5.3. INVESTIČNÁ FUNKCIA.....</b>	<b>26</b>
5.3.1. Teória.....	26
5.3.2. Investičná rovnica v modeloch slovenských inštitúcií.....	27
<b>5.4. ZAHRANIČNÝ OBCHOD.....</b>	<b>28</b>
5.4.1. Teória.....	28
5.4.2. Rovnice dovozu a vývozu tovarov a služieb v modeloch slovenských inštitúcií...30	
<b>6. Modelovanie agregátneho dopytu .....</b>	<b>33</b>
<b>6.1. ODHAD JEDNOTLIVÝCH ROVNÍC JEDNODUCHOU METÓDOU NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV.....</b>	<b>33</b>
6.1.1. Konečná spotreba domácností .....	34
6.1.2. Verejná spotreba .....	34
6.1.3. Tvorba hrubého fixného kapitálu.....	35
6.1.4. Vývoz tovarov a služieb zo SR.....	36
6.1.5. Dovoz tovarov a služieb do SR.....	36
<b>6.2. APLIKÁCIA DVOJSTUPŇOVEJ METÓDY NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV .....</b>	<b>38</b>
<b>6.3. SÚČASNÝ ODHAD SIMULTÁNNEJ SÚSTAVY ROVNÍC POMOCOU TROJSTUPŇOVEJ METÓDY NAJMENŠÍCH ŠTVORCOV .....</b>	<b>39</b>
<b>6.4. ŠTATISTICKÉ POROVNANIE .....</b>	<b>40</b>
<b>6.5. DYNAMICKÁ SIMULÁCIA EX POST .....</b>	<b>41</b>
<b>6.6. PREDPOVEĎ EX POST PRE TRETÍ A ŠTVRTÝ ŠTVRŤROK 2002. POROVNANIE SO SKUTOČNOSŤOU.....</b>	<b>46</b>
<b>Záver .....</b>	<b>49</b>
<b>Literatúra.....</b>	<b>51</b>
<b>Príloha.....</b>	<b>52</b>

## Úvod

Hrubý domáci produkt, spolu s infláciou, mierou nezamestnanosti a schodkom obchodnej bilancie patria k najsledovanejším a najprognózovanejším makroekonomickým ukazovateľom krajiny. Je to agregovaný ukazovateľ vystihujúci ekonomický rast. Odhad a predpoveď jeho vývoja môžu byť odvodené na základe rôznych expertných prístupov, alebo môžu byť určené pomocou konštrukcie makroekonomického modelu. Ten obyčajne obsahuje väčšie množstvo rovníc, zachytávajúcich vzťahy medzi vysvetľovanými a vysvetľujúcimi ekonomickými premennými.

Cieľom práce bolo špecifikovať model agregátneho dopytu, odhadnúť ho tromi metódami ako simultánny systém rovníc, porovnať výsledné modely a následne určiť, ktorý spôsob odhadu bol najvhodnejší.

Úvod práce, po oboznámení sa s pojmom agregátneho dopytu, patrí pohľadu do histórie ekonometrie ako vedného odboru, stručne sa zaoberá aj vývinom ekonometrických modelov doma a vo svete. Keďže ekonometrické modely, popisujúce vývoj hospodárstva ako celku, sú simultánnymi interdependentnými systémami, v ďalšej časti popisujeme metódy ich odhadu. Okrem iného si v nej vysvetlíme, v čom spočíva nevýhoda jednoduchej metódy najmenších štvorcov, a aké sú spôsoby systémového odhadu. Budeme sa venovať aj aplikácii teórie na nelineárne modely.

Pri konštrukcii rovníc a modelov je užitočné poznať aj správanie sa jednotlivých ukazovateľov v minulosti. O vývoji hrubého domáceho produktu a jeho zložiek od roku 1993 po súčasnosť pojednáva časť 4.

Predtým, ako sme sa podujali na zostrojenie vlastného modelu agregátneho dopytu, potrebovali sme sa oboznámiť s príslušnou ekonomickou teóriou. Kapitola 5 obsahuje teoretické prístupy k odhadu tvarov rovníc pre zložky HDP. Ďalej sú v nej zahrnuté príslušné rovnice z modelov skonštruovaných inštitúciami, ktoré sa na Slovensku ekonometrickým modelovaním v súčasnosti zaoberajú, alebo sa ním zaoberali v nedávnej minulosti.

V časti 6 sme pristúpili k samotnej tvorbe rovníc a odhadu systému pomocou jednoduchej, dvojstupňovej a trojstupňovej (nelineárnej) metódy najmenších štvorcov. Získané modely sme porovnali štatisticky, pomocou dynamickej simulácie a v poslednej podkapitole aj pomocou prognózy ex post.

## 1. Agregátny dopyt

Makroekonomika vychádza z agregátu všetkých domácností, agregátu podnikov, skúma agregovanú ponuku a agregovaný dopyt po statkoch. Hovoríme o tzv. dvojnásobnej agregácii, na jednej strane sa zoskupujú hospodárske subjekty a na strane druhej sú to statky. Pod agregátnym dopytom môžeme rozumieť súčet dopytu domácností, verejnej správy po statkoch, investičného dopytu a dopytu zahraničia. Tento súčet označujeme pojmom agregátny efektívny dopyt.

$$Y = C + G + I + EX$$

Druhou možnosťou je, že namiesto exportu budeme uvažovať vonkajší príspevok, t.j. rozdiel medzi exportom a importom.

$$Y = C + G + I + (EX - IM)$$

Ide vlastne o výpočet hrubého domáceho produktu výdavkovou metódou.  $C$  označuje konečnú spotrebu domácností,  $G$  je verejná spotreba (súčet konečnej spotreby verejnej správy a spotreby neziskových organizácií slúžiacich domácnostiam),  $I$  označuje tvorbu fixného kapitálu,  $IM$  dovoz tovarov a služieb,  $EX$  vývoz tovarov a služieb. Alternatívnym zápisom rovnice je

$$Y = C + G + I + (EX - IM) + Z$$

kde  $Z$  označuje zmenu stavu zásob. V tomto prípade  $I$  označuje tvorbu hrubého fixného kapitálu.

## 2. Ekonometria a vývoj ekonometrického modelovania

### 2.1. Pojem ekonometrie

Ekonometria je vednou disciplínou, ktorá v sebe spája ekonomickú teóriu, matematiku a štatistiku. Jej úlohou je popisovať vzťahy medzi jednotlivými veličinami pomocou matematicko-štatistických metód. Na základe poznatkov ekonomickej teórie formuluje ekonomické hypotézy, snaží sa vyjadriť vzťahy medzi vybranými premennými a ich intenzitu. Následne určuje, ako sa budú premenné v budúcnosti vyvíjať (s istou pravdepodobnosťou).

### 2.2. Stručný prehľad z histórie ekonometrie

Historický vývoj ekonometrie bol podmienený jednak vzrastajúcou dostupnosťou dát, ako aj želaním generácií vedcov analyzovať dané dáta dôsledným a logickým spôsobom. K prvým prácam, usilujúcim sa interpretovať ekonomické údaje vedecky, zaraďujeme „politickú aritmetiku“ Williama Pettyho zo 17. storočia a Engelove štúdie výdavkov domácností z 19. storočia, ktoré sa neskôr stali známe ako Engelov zákon, ktorý hovorí, že miera celkových výdavkov určených na potraviny klesá s rastúcim príjmom.

Význačnú úlohu v rozvoji ekonometrie zohrával rozvoj štatistiky. Moderná štatistická teória začína prácou Legendra a Gaussa na metóde najmenších štvorcach, ktorá bola motivovaná úsilím eliminovať chyby pozorovaní v astronómii a geometrii. Ďalší významný podnet prišiel z biológie, konkrétne z teórie evolúcie, z Galtonovej práce na regresii, čo je termín, ktorý neskôr vymyslel práve on. Neskorší rozvoj matematickej štatistiky, ktorý výrazne ovplyvnil rozvoj ekonometrie, zahŕňa Yuleovu prácu na multiregresii, Pearsonovu formuláciu pojmov: pravdepodobnostná chyba a testovanie hypotéz, Studentove a Fisherove teórie malých vzoriek, Fisherovu prácu na odôvodnení štatistickej inferencie a Neyman-Pearsonovu teóriu testovania hypotéz.

V prvej polovici 20. storočia sa zvýšila dostupnosť cenových a množstevných dát. Záujem o cenové indexy, doplnený o rozvoj prieskumov výdavkov domácností generoval záчатки teoretického modelovania dopytových štruktúr a ich empirický odhad (dopytové štúdie Moora, Marschaka, Schultza, a štúdie rodinných výdavkov Allena a Bowleyho). V tomto období vyšli štúdie produkčných funkcií Cobba a Douglasa, Maschaka a Adrewsa, ďalej štúdie determinácie cien v poľnohospodárstve Workinga, Wrighta, Hanaua, Beana a Waugha, a štatistické modely hospodárskych cyklov Slutskeho a Frischa. Makroekonometrické mode-

lovanie má svoje počiatky v 30. rokoch 20. storočia (Tinbergen), pričom medzi stimuly ovplyvňujúce jeho rozvoj patrí vývoj národných príjmových účtov v USA a iných krajinách a Keynesova teoretická práca.

Stále väčší dôraz sa kládol na kvalitnú analýzu dát, s čím súviselo aj založenie Ekonomickej spoločnosti v roku 1930 a vydávanie publikácie *Econometrica* v roku 1933 (prvým editorom sa stal Ragnar Frisch).

V období po druhej svetovej vojne zaznamenala ekonometrická teória a jej aplikácie najväčší rozmach. Tu spomenieme rozvoj simultánneho modelu rovníc (Haavelmo, Hood, Koopmans), odhad simultánnych rovníc makroekonomických modelov (Klein, Goldberger), dopytové štúdie (Stone, Wold, Jureen), štúdie spotrebnej funkcie (Friedman), ekonomické predpovede a stratégie (Theil).

60-te a 70-te roky zaznamenali významné zdokonaľovanie ekonomickej teórie a aplikácií. Za zmienku stojí Bayesiánsky prístup k ekonometrii a štúdium špeciálnych vlastností ekonometrických modelov, ako napríklad závislých premenných, skrytých premenných a nelineárnych modelov. Taktiež treba spomenúť rozvoj výpočtovej techniky.

Posledné desaťročia sú charakteristické dobrou dostupnosťou rôznych typov dát, čo sa prejavilo v rozvoji tvorby ekonometrických modelov vo všetkých rozvinutých krajinách. Taktiež sa v modelovaní začali používať nové prístupy, spomeňme aspoň neparametrickú regresiu, semiparametrické metódy, vektor-autoregresné modely, metódu korekcie chýb.

Ekonometria sa momentálne využíva v každej oblasti ekonomiky, vrátane verejných financií, monetárnej ekonomiky, ekonomiky práce, medzinárodnej ekonomiky.

### **2.3. História vývoja makroekonomických modelov**

Vznik makroekonomických modelov sa spája s prácou Tinbergena v 30. rokoch minulého storočia. Tieto modely vo všeobecnosti využívajú keynesiánsky prístup na určenie národného dôchodku a jeho komponentov- spotreby, investícií, vládnych výdavkov a čistých zahraničných investícií, pomocou iných makroekonomických premenných, akými sú rozdelenie príjmov, ceny, mzdy, úrokové miery, zamestnanosť, nezamestnanosť, produkcia a aktíva.

Makroekonomické modely slúžia na tri účely: štrukturálnu analýzu, tvorbu predpovedí a kontrolu systému. Väčšina z nich je postavená na definícii príjmu (HDP), ďalej na funkcii spotreby a funkcii investícií.

Prvé povojnové modely obsahovali menej než 10 stochastických rovníc, ako príklad môže slúžiť Kleinov medzivojnový model ekonomiky Spojených štátov, ktorý obsahoval 3



stochastické a 3 nestochastické rovnice o 6 endogénnych premenných a 4 exogénnych premenných.

Ďalším významným modelom bol Klein-Golbergerov model americkej ekonomiky v rokoch 1929 – 1941 a 1946 – 1952, ktorý obsahoval 15 stochastických a 5 nestochastických rovníc s využitím 20 endogénnych a 14 exogénnych premenných. Medzi modely ovplyvnené týmto modelom patrili Brookingsov model a Whartonov model zo 60-tych a 70-tych rokov minulého storočia.

V neskoršom období sa vyvíjali rozsiahlejšie modely, obsahujúce stále viac vysvetľujúcich a vysvetľovaných premenných (napr. 1968 FMP/MPS Model of the Federal Reserve Board/MIT-Penn-SSRC so 171 endogénnymi, 119 exogénnymi premennými, popisujúci peňažný a finančný sektor).

Posledné roky makromodelovania rozvinutých trhových ekonomík sú charakteristické tendenciou k zvyšovaniu frekvencie používaných dát ako aj tvorbou ekonomických prognóz na základe skonštruovaných modelov. Do popredia sa dostávajú štvrťročné modely (prvým bol už spomínaný Brookingsov model). Okrem amerických modelov sa s určitým oneskorením začali tvoriť aj modely v ostatných vyspelých krajinách (Kanada, Japonsko, Austrália, západná Európa). Čo sa týka transformujúcich krajín, najrozvinutejšie ekonometrické modelovanie hospodárstva má Poľsko a Slovensko.

#### ***2.4. Ekonometria a modelovanie na Slovensku***

Bývalé Česko-Slovensko, ako aj ostatné socialistické krajiny zaznamenali v porovnaní s ostatnými krajinami oneskorenie vývoja systému prognózovania a teda aj ekonometrie ako takej. To bolo zapríčinené najmä tým, že základom riadenia socialistickej ekonomiky je plán. Prognostické prístupy sa začali využívať až potom, čo sa socialistická ekonomika dostávala do ťažkostí, keďže skutočné údaje sa značne odlišovali od plánovaných. Preto sa na zlepšenie systému plánovania začali využívať rôzne ekonometricko - prognostické prístupy.

Slovenská akadémia vied, vytvorená v roku 1953, je považovaná za inštitúciu, kde sa postupne začal rozvíjať široký ekonomický výskumný program, vrátane prognostického. Ekonomický ústav SAV vypracúval prognózu ekonomického rozvoja Slovenska a súhrnnú prognózu rozvoja Slovenska (80-te roky).

Zakladateľom výskumu prognostických modelov INFOSTATu bol Anton Klas, ktorý počas svojho pôsobenia na Ekonomickej univerzite, predtým, než sa v roku 1967 stal riaditeľom INFOSTATu, zostavil prvý agregátny ekonometrický model slovenskej ekonomiky. Prvé

modely tejto inštitúcie boli jednoduché. Neskôr, v roku 1973, bol zostavený krátkodobý štvrt'ročný model, ktorý bol prvým modelom tohto typu v socialistických krajinách. Obsahoval 54 rovníc. V roku 1977 bol zostavený dynamický nelineárny model, ktorý mal 122 rovníc. Neskôr- prevažne v 80-tych rokoch vznikali, čo do počtu rovníc, ešte objemnejšie modely.

Ďalšou inštitúciou, ktorá sa zaoberala tvorbou ekonometrických modelov, využívajúc pritom rôzne matematicko-štatistické prístupy, bola Ekonomická univerzita- najmä Katedra operačného výskumu a ekonometrie. Prvé modely zo 60-tych a 70-tych rokov boli založené na produkčných funkciách. Po roku 1980 bol vypracovaný investičný model rozvoja na roky 1980 – 2000. Tento model zahŕňal 17 odvetví ekonomiky.

Čo sa týka charakteru ekonometrických a prognostických modelov, tak s prechodom na trhovo orientovanú ekonomiku začali v ekonometrickom modelovaní dominovať dopytovo orientované modely, ktoré predpokladajú uspokojenie dostatočnou ponukou. Najskôr sa jednalo o reálne modely, neskôr, po vzniku samostatnej Slovenskej republiky, sa do modelov začal implementovať aj peňažný sektor.

Teraz sa zameriame na obdobie po roku 1989, pričom vyzdvihneme najvýznamnejšie modely pochádzajúce z tohto obdobia. Najskôr spomeňme reálno-peňažný experimentálny model Ekonomického ústavu SAV z roku 1994, ktorý obsahoval 22 rovníc a identít a pri jeho konštrukcii sa použilo 46 premenných. Ústav slovenskej a svetovej ekonomiky SAV je tvorcom modelu ISWE97q3 (240 časových radov, 118 rovníc). Medzi modely vytvorené INFOSATom patria: polročný experimentálny ekonometrický model slovenskej ekonomiky tvorený simultánnou sústavou 49 rovníc z roku 1994, vyjadrujúci vzťahy medzi 97 premennými, ročný model s dezagregovaným zahraničným obchodom bývalej ČSFR a agregovaný ročný model s dezagregovaným zahraničným obchodom SR (1994), ekonometrický model slovenskej ekonomiky pre tranzitívne obdobie EMSE 1.0 z roku 1996 a EMSE 2.0 z roku 1997 (113 premenných, 82 rovníc). Z výsledkov práce Ekonomickej univerzity spomeňme model transformácie slovenskej ekonomiky v podmienkach trhu. Národná banka Slovenska zostrojila model NBS 1.0 a jeho aktualizáciu.

Na záver tejto kapitoly uvedieme tri štvrt'ročné ekonometrické modely z posledného obdobia, ktorým sa budeme bližšie venovať v časti 5. Jedná sa o štvrt'ročné, reálne peňažné, dopytovo orientované a interdependentné modely. Najmladším je ekonometrický model, QEM-ECM-1.0. Bol publikovaný v roku 2002 a jeho tvorcom je INFOSAT. Model je konštruovaný za použitia metódy ECM, ktorú stručne popíšeme v časti 3.2.2. Tvorí ho 80 rovníc, z toho 26 regresných, z ktorých len jedna má klasický tvar. Vyjadruje vzťahy medzi 135 premennými. Druhý model – ISWE00q4 bol vytvorený v Ústave slovenskej a svetovej ekono-

miky SAV v štvrtom štvrtroku 2000. Obsahuje 178 rovníc, z ktorých 43 je stochastických. Posledný model je v poradí tretím rozšírením modelu NBS 1.0, ktorý bol vytvorený ako súčasť projektu Phare v roku 1998 Národnou bankou Slovenska. Obsahuje 56 rovníc (32 regresných) a popisuje vývoj 88 premenných.

### 3. Ekonometrické modely, simultánne systémy rovníc

#### 3.1. Modely, ekonometrické modely

Modely zohrávajú významnú úlohu vo všetkých ekonometrických štúdiách. Skúmanie určitého ekonomického javu je založené na modeli - ekonometrickom modeli. Model je odhadovaný na základe dostupných dát vzťahujúcich sa k danému javu pomocou ekonometrických metód. Výsledný model môže byť následne použitý na rôzne účely: štrukturálnu analýzu, prognózu a určenie nástrojov na dosiahnutie požadovanej stratégie, plánu.

Model je zjednodušenou reprezentáciou skutočnosti - procesu. Jav je reprezentovaný modelom za účelom ho vysvetliť, predpovedať a kontrolovať. Niekedy sa skutočný systém nazýva real-world systém, aby sa odlišil od modelového systému, ktorý ho zastupuje. Aby bol model čo najlepšie použiteľný, musí nájsť rovnováhu medzi dobrým popisom skutočnosti a ovládateľnosťou. Pri tvorbe modelu zvyčajne postupujeme tak, že počiatočný model je konštruovaný čo najjednoduchšie, s dôrazom na ovládateľnosť. Neskoršie modely by mali byť prepracovanejšie, tak aby zachytávali všetky hlavné vzťahy medzi vstupmi a výstupmi modelu. Proces tvorby modelu by mal vyústiť do modelu, ktorý bude reagovať aj na zmeny dodatočných javov, ktoré sa k modelu nejakým spôsobom viažu.

Medzi najvýznamnejšie modely zaraďujeme verbálne/logické, fyzikálne, geometrické a algebraické modely.

Verbálne modely používajú na opis javu slovné analógie - paradigmy. K tým najskorším sa radí paradigma Adama Smitha. Jeho „zákon neviditeľnej ruky“ hovorí, že cenový mechanizmus v trhovom hospodárstve vedie jednotlivých agentov správať sa tak, že sa dosahuje ekonomická rovnováha - štruktúra výroby sa prispôsobuje štruktúre dopytu, čo predstavuje všeobecný prínos pre spoločnosť.

Fyzikálne modely predstavujú real-world systém pomocou fyzikálneho objektu. Príkladom je študovanie ekonomického systému pomocou hydraulického systému, v ktorom kvapalnú tok predstavujú peňažné toky v ekonómii.

Geometrické modely využívajú grafy a diagramy na zobrazenie vzťahov medzi premennými. Príkladom je určenie cenovej hladiny uzavretého trhu pomocou priesečníka dopytovej a ponukovej krivky. Ďalším geometrickým modelom je IS-LM diagram, slúžiaci na determináciu národných príjmov. Nevýhoda geometrických modelov spočíva v tom, že z dôvodu dimenzného obmedzenia môžu zahŕňať a vysvetľovať len niekoľko premenných.

Algebraické modely sa využívajú na spracovanie vývoja viacerých premenných. Sú tvorené systémom rovníc. Systém obsahuje endogénne premenné, čo sú závislé premenné, determinované modelom. Systém okrem toho obsahuje ďalšie premenné - exogénne, ktoré sú určené zvonka, ovplyvňujú výsledné hodnoty endogénnych premenných, no nie sú spätne ovplyvňované systémom. K exogénnym premenným zaraďujeme aj tzv. legované (t.j. posunuté o určitú časovú jednotku dozadu) endogénne premenné. Model taktiež obsahuje parametre, ktoré sú odhadované ekonometrickými metódami na základe dostupných dát. Všeobecný algebraický model vyzerá nasledovne:

$$f^1(y_1, y_2, \dots, y_g; x_1, x_2, \dots, x_k; \ddot{a}_1, \ddot{a}_2, \dots, \ddot{a}_m) = 0,$$

$$f^2(y_1, y_2, \dots, y_g; x_1, x_2, \dots, x_k; \ddot{a}_1, \ddot{a}_2, \dots, \ddot{a}_m) = 0,$$

M

$$f^g(y_1, y_2, \dots, y_g; x_1, x_2, \dots, x_k; \ddot{a}_1, \ddot{a}_2, \dots, \ddot{a}_m) = 0.$$

kde  $y_1, y_2, \dots, y_g$  sú endogénne premenné,  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sú exogénne premenné a  $\ddot{a}_1, \ddot{a}_2, \dots, \ddot{a}_m$  sú parametre.

Vektorový zápis všeobecného algebraického modelu je:

$$f(y, x, \ddot{a}) = 0$$

Ak predpokladáme, že funkcie  $f^i$  sú diferencovateľné pre všetky  $i = 1, \dots, g$  a Jacobiho matica prvých parciálnych derivácií je regulárna v určitom bode, tak z vety o implicitnej funkcii dostávame riešenie systému rovníc v danom bode:

$$y = \phi(x, \delta)$$

Ekonometrické modely sú vo všeobecnosti algebraické modely, avšak sú stochastické - obsahujú náhodné premenné (na rozdiel od deterministických algebraických modelov, ktoré neobsahujú náhodné premenné). Náhodné premenné vystupujúce v modeloch obyčajne vysvetľujú chýbajúcu relevantnú premennú alebo nesprávnu špecifikáciu modelu, či chybu vzniknutú meraním. Všeobecný ekonometrický model môžeme písať ako systém  $g$  rovníc:

$$f(y, x, \ddot{a}) = \ddot{a}$$

kde  $\ddot{a}$  je vektor šumu. Ak sú splnené podmienky na použitie vety o implicitnej funkcii, dostávame redukovaný tvar systému  $g$  rovníc:

$$y = \phi(x, \delta) + u$$

kde  $u$  je vektor šumu v redukovanej forme.

Ekonometrické modely delíme na lineárne a nelineárne. Významnú rolu zohrávajú najmä lineárne modely, pretože vďaka predpokladu linearít (v parametroch) bolo možné

dokázať rôzne matematické a štatistické tvrdenia týkajúce sa ekonometrie, rovnako je tento predpoklad užitočný pri odhadovaní modelov a ich využití.

Skoršie modely a veľa súčasných modelov je lineárnych, už len z toho dôvodu, že množstvo ekonomických vzťahov je prirodzene lineárnych. Nelineárne modely je možné niekedy previesť na lineárne, napríklad logaritmickou transformáciou. Taktiež, akúkoľvek hladkú krivku vieme aproximovať na vhodnom intervale lineárnou funkciou.

Nelineárne modely vo všeobecnosti delíme na tri typy: nelineárne v parametroch, nelineárne v premenných a nelineárne aj v parametroch, aj v premenných.

### **3.2. *Ekonometrické modely v tvare simultánnych rovníc***

Pri odhadovaní parametrov ekonometrických modelov je potrebné rozlíšiť, či sa jedná o model s jednosmernými kauzálnymi vzťahmi, t.j., či všetky premenné na pravej strane vzťahu:  $y = \phi(x, \delta) + u$  vplývajú na premennú  $y$ , avšak ňou nie sú spätne ovplyvňované, alebo ide o model so spätnými väzbami - model v tvare simultánnych rovníc, simultánny model. V prvom prípade nie je problém odhadovať každú rovnicu modelu zvlášť, napríklad pomocou metódy najmenších štvorcov. V prípade druhom nie je splnený predpoklad o nezávislosti medzi náhodnými poruchami a vysvetľujúcou premennou. Ešte pripomeňme, že všetky modely národného hospodárstva, ako aj model agregátneho dopytu, sú simultánne ekonometrické modely.

Zopakujme si klasifikáciu premenných podľa toho, ako vystupujú v simultánnom modeli. Endogénnymi premennými budeme nazývať tie, ktoré sú vzájomne determinované sústavou rovníc modelu. Exogénne premenné budú tie, ktorých hodnoty sú určené mimo systému. Premenné s časovým oneskorením - legované premenné zaradujeme k exogénnym premenným a spoločne ich nazývame predeterminovanými premennými.

V sústave rovníc ekonometrického modelu v simultánnom tvare rozlišujeme dva typy rovníc: stochastické rovnice obsahujúce neznáme parametre modelu a člen reprezentujúci náhodné chyby - nazývame ich aj behaviorálne rovnice, čiže rovnice správania; a identity reprezentované bilančnými rovnicami, podmienkami rovnováhy a definičnými rovnicami, tieto neobsahujú stochastický člen.

Na tomto mieste uvedieme príklad, ktorý bude síce zjednodušený, avšak objasní potrebu popísať teóriu týkajúcu sa lineárnych aj nelineárnych simultánnych modelov. V praktickej časti totiž odvodíme model, ktorý bude postavený na rovnakých princípoch.

Príklad:

Majme tri rovnice, popisujúce vývoj spotreby domácností ( $C$ ), spotreby vlády ( $G$ ) a investícií ( $I$ ). Nech majú nasledovný tvar:

$$\begin{aligned}C &= a_1 * HDD^{a_2} + u_1 \\G &= b_1 * KVS R^{b_2} + u_2 \\I &= c_1 * (C + G)^{c_2} (KVS R)^{c_3} + u_3\end{aligned}$$

kde  $HDD$  je exogénne daný hrubý disponibilný dôchodok a  $KVS R$  predstavuje kapitálové výdavky štátneho rozpočtu, ktoré sú tiež dané zvonka. Po zlogaritmovaní dostávame:

$$\begin{aligned}\ln C &= \bar{a}_1 + a_2 * \ln HDD + \bar{u}_1 \\ \ln G &= \bar{b}_1 + b_2 * \ln KVS R + \bar{u}_2 \\ \ln I &= \bar{c}_1 + c_2 * \ln(C + G) + c_3 * \ln(KVS R) + \bar{u}_3\end{aligned}$$

Prvé dve rovnice by naznačovali, že model sa dá interpretovať lineárne, pričom namiesto pôvodných premenných uvažujeme ich logaritmy. Avšak z tvaru tretej rovnice vidíme, že namiesto logaritmov  $C$  a  $G$  potrebujeme logaritmus ich súčtu. Z toho vyplýva nemožnosť zápisu pomocou matic. Ide o nelineárny model.

Keďže špecifikácia a odhady nelineárnych modelov majú veľa spoločného s lineárnymi modelmi, budeme sa vždy najskôr venovať nim.

Základný ekonometrický model má štruktúrnu formu, z ktorej môžeme dostať redukovanú a finálnu formu. Všeobecný tvar štruktúrnej formy lineárneho ekonometrického modelu s  $g$  rovnicami,  $g$  endogénnymi premennými  $y_1, y_2, \dots, y_g$  a  $k$  exogénnymi premennými  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , pre jedno pozorovanie, je nasledovný:

$$\begin{aligned}\sum_{h=1}^g y_h \tilde{\alpha}_{hl} + \sum_{j=1}^k x_j \hat{\alpha}_{jl} &= \hat{\alpha}_l \\ y\tilde{A} + x\hat{A} &= \hat{a} \qquad \qquad \qquad \tilde{A} = (\tilde{\alpha}_{hl}), \hat{A} = (\hat{\alpha}_{jl})\end{aligned} \quad /1/$$

kde  $\tilde{\alpha}_{hl}$  sú koeficienty endogénnych premenných a  $\hat{\alpha}_{jl}$  koeficienty exogénnych premenných,  $i = 1, \dots, g$ ;  $j = 1, \dots, k$ ;  $l = 1, \dots, g$ .  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_g$  sú stochastické premenné. Väčšinou má každá rovnica štruktúrnej formy určitý význam - buď ide o identitu odrážajúcu fungovanie určitého vzťahu (v tom prípade je  $\varepsilon_i = 0$ ), alebo sa jedná o technologickú reláciu (napríklad produkčná funkcia) alebo o inú špecifickú reláciu. K predpokladom, ktoré umožňujú štatistickú analýzu modelu, patria, okrem regularity matice  $\tilde{A}$ , plná hodnosť matice  $X$  (ktorá pozostáva s pozorovaní exogénnych premenných  $x$ ), a nezávislé, rovnako rozdelené stochastické členy

$\varepsilon$  (so strednou hodnotou 0 a symetrickou, kladne definitnou kovariančnou maticou  $\Sigma$ , ktorá je rovnaká pre všetky pozorovania). Vďaka týmto predpokladom sú všetky informácie obsiahnuté v štrukturálnom tvare zachytené aj v explicitnej - redukovanej forme:

$$y = -x\hat{A} \tilde{A}^{-1} + \hat{a}\tilde{A}^{-1}$$

Zavedením matice koeficientov redukovanej formy:  $\mathcal{D} \equiv -\hat{A}\tilde{A}^{-1}$  a stochastického vektora redukovanej formy:  $u \equiv \hat{a}\tilde{A}^{-1}$  môžeme následne písať redukovanú formu ako:

$$y = x\mathcal{D} + u \quad /2/$$

Matica  $\mathcal{D}$  predstavuje zmeny endogénnych premenných v závislosti od zmien exogénnych premenných.

Všeobecný tvar nelineárneho ekonometrického modelu je:

$$f(y, x, \delta) = \hat{a} \quad /3/$$

O náhodných chybách  $\varepsilon_i$  znova predpokladáme, že sú nezávislé a rovnako rozdelené, so strednou hodnotou 0. Vo všeobecnosti tiež môžeme písať redukovaný tvar:

$$y = h(z, \alpha, u) \quad /4/$$

Problémom ale je, že funkcia  $h$  obyčajne nemá pohodlný, uzavretý tvar.

### 3.2.1. Metódy odhadu štrukturálnych parametrov simultánneho systému

Pokiaľ využívame na odhad štrukturálnej formy lineárneho simultánneho systému rovníc /1/ metódu najmenších štvorcov, dostávame v dôsledku korelovanosti vysvetľujúcich premenných a náhodných premenných skreslený a nekonzistentný odhad. Ak odhadujeme nelineárny systém /3/ nelineárnou metódou najmenších štvorcov, z rovnakých dôvodov dostávame vychýlený a nekonzistentný odhad. V čom spočíva nelineárna metóda najmenších štvorcov? Princíp je rovnaký ako pri klasickej metóde najmenších štvorcov, minimalizujeme sumu štvorcov odchýlok odhadnutých hodnôt od nameraných hodnôt:

$$J(\delta) = \frac{1}{2} f_i^T(y, x, \delta) f_i(y, x, \delta) \rightarrow \min_{\delta}$$

Prakticky sa minimalizácia uskutočňuje numerickými metódami. Tie rozdeľujeme do dvoch skupín – všeobecné optimalizačné metódy aplikované na problém nelineárnych najmenších štvorcov a špecificky na tento problém navrhnuté procedúry. Do prvej skupiny patrí Newton-Raphson iteračná metóda, do druhej Gauss-Newton iteračná metóda. Bližšie sa im venovať nebudeme, ich popis je možné nájsť napr. v [1].



Ak prevedieme lineárny model na redukovaný tvar /2/, v ktorom je každá endogénna premenná funkciou len predeterminovaných premenných modelu, použitím MNŠ získame konzistentný a v prípade nestochastickej matice vysvetľujúcich premenných aj nevychýlený odhad. V tomto prípade však následne stojíme pred úlohou stanoviť štrukturálne parametre, t.j. na základe odhadu matice  $\hat{D}$  chceme stanoviť matice  $\hat{A}$  a  $\hat{\Gamma}$ . V závislosti od množstva informácií, ktoré máme o parametroch, môže byť model presne identifikovaný, preidentifikovaný alebo podidentifikovaný. Danému postupu (prevedenie na redukovaný tvar, určenie parametrov redukovanej formy a následná identifikácia parametrov štrukturálneho modelu) hovoríme nepriama metóda najmenších štvorcov. Je použiteľná len vtedy, ak sústava  $D \equiv -\hat{A}\hat{\Gamma}^{-1}$  má jednoznačné riešenie. V nelineárnom prípade tiež môžeme systém previesť na redukovaný tvar /4/, no je jasné, že dostať späť požadované parametre, by bolo veľmi problematické.

Konzistentné odhady lineárneho, resp. nelineárneho systému rovníc môžeme získať napríklad dvojstupňovou, trojstupňovou metódou najmenších štvorcov, resp. ich nelineárnymi analógiami. Keďže platí, že takmer všetky konzistentné estimátory sú buď estimátormi inštrumentálnych premenných, alebo ich asymptotickými aproximáciami, popíšeme teraz metódu inštrumentálnych premenných.

Štrukturálnu formu lineárneho modelu napíšme pre  $i$ -tu rovnicu systému v tvare:

$$y_i = X_i \beta_i + u_i \quad /5/$$

kde  $i = 1, \dots, g$ ,  $X_i$  obsahuje predeterminované aj endogénne premenné (s výnimkou  $y_i$ ) vystupujúce v  $i$ -tej rovnici. Matica  $X_i$  je korelovaná s vektorom náhodných porúch  $u_i$ . Predpokladajme, že existuje iná matica  $W_i$ , rovnakého rozmeru ako matica  $X_i$ , ktorá je vysoko korelovaná s maticou vysvetľujúcich premenných, avšak nekorelovaná s náhodnými poruchami. Vynásobme vzťah /5/ maticou  $W_i^T$  zľava a vydelíme počtom pozorovaní  $n$ :

$$\frac{1}{n} W_i^T y_i = \frac{1}{n} W_i^T X_i \beta_i + \frac{1}{n} W_i^T u_i$$

Ak vezmeme limitu oboch strán podľa pravdepodobnosti, tak na základe predpokladov o  $W_i$  máme:

$$\Sigma_{W_i y_i} = \Sigma_{W_i X_i} \beta_i$$

Tento vzťah hovorí, že ak počet pozorovaní ide do nekonečna, tak  $\beta_i = \Sigma_{WX_i}^{-1} \Sigma_{W_i y_i}$ . Ak príslušné matice nahradíme výberovými momentami  $\frac{1}{n} W_i^T X_i$  a  $\frac{1}{n} W_i^T y_i$ , tak dostaneme estimátor inštrumentálnych premenných (IV estimátor):

$$\beta_{i,IV} = (W_i^T X_i)^{-1} W_i^T y_i \quad /6/$$

Stĺpce matice  $W_i$  nazývame inštrumentálnymi premennými. V prípade, ak by matica  $X_i$  vyhovovala podmienke nekorelovanosti s chybami  $u_i$ , tak je metóda inštrumentálnych premenných zhodná s metódou najmenších štvorcov.

Vo všeobecnosti platí, že čím viac inštrumentálnych premenných zahrniem do matice  $W_i$ , tým efektívnejší bude IV estimátor v zmysle znižovania asymptotického rozptylu. Zdrojom inštrumentálnych premenných sú všetky predeterminované premenné modelu. Na vytvorenie matice inštrumentálnych premenných môžeme zvoliť aj lineárne kombinácie pôvodných inštrumentálnych premenných.

Ako sme uviedli vyššie, možnosťou, ako konzistentne odhadovať parametre modelu, je použiť dvojstupňovú metódu najmenších štvorcov. Po prevedení modelu na redukovaný tvar /2/ odhadneme maticu  $\hat{D}$ . Potom vypočítame vyrovnané hodnoty  $\hat{Y} = X\hat{D}$ . Dosadíme ich do pôvodnej rovnice a znova aplikujeme metódu najmenších štvorcov. Dostaneme odhady matic  $\hat{A}$  a  $\hat{\beta}$ , pričom tieto odhady sú konzistentné, i keď vo všeobecnosti skreslené. Konzistentnosť vyplýva z nekorelovanosti vysvetľujúcich premenných s náhodnými poruchami, keďže vysvetľujúce premenné v druhom stupni sú jednak predeterminované premenné, jednak vyrovnané hodnoty, t.j. lineárna kombinácia predeterminovaných hodnôt.

Teraz si ukážeme, ako obdržime dvojstupňový estimátor najmenších štvorcov (2SLS) pomocou IV a následne popíšeme ako v nelineárnom systéme funguje nelineárny 2SLS (NL2SLS). Ak si za stĺpce matice inštrumentálnych premenných zvolíme predeterminované premenné modelu spolu s vyrovnanými hodnotami  $\hat{Y}$  a metódu IV aplikujeme podľa /6/, tak sme dostali metódu 2SLS. V nelineárnom modeli postupujeme nasledovne. V okolí počiatového odhadu si rovnicu linearizujeme, aplikujeme IV metódu, čím získame nový odhad, a pokračujeme ďalšou iteráciou. Vystáva otázka, akú maticu inštrumentov v tomto prípade zvoliť. V lineárnom prípade nám vplynula z redukovanej formy modelu, v nelineárnom simultánnom modeli je  $\tilde{W}_i$  zostavená z lineárnych a nelineárnych funkcií predeterminovaných premenných. Odhad NL2SLS získame minimalizáciou:

$$J(\delta) = \frac{1}{2} f_i^T(y, x, \delta) \tilde{W}_i (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{-1} \tilde{W}_i^T f_i(y, x, \delta) \rightarrow \min_{\delta}$$

Nevýhodou dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov, lineárnej aj nelineárnej, je, že pri postupnom odhade sa využíva iba informácia o príslušnej rovnici (plus informácia o všetkých predeterminovaných premenných modelu), nevyužíva sa ale informácia o matici endogénnych premenných, ktoré v danej rovnici nevystupujú a informácia týkajúca sa kovariancie náhodných porúch z jednotlivých rovníc. Vo všeobecnosti teda nie je plne efektívna.

Metóda, ktorá využíva všetky uvedené informácie, je trojstupňová metóda najmenších štvorcov. Je systémovou metódou, pretože odhaduje systém ako celok, t.j. všetky parametre systému súčasne. Patrí do kategórie metód s úplnými informáciami. Keďže ju využijeme, poďme sa jej teraz venovať trochu bližšie.

Nech máme model v štrukturálnom tvare /5/. Vynásobme každú rovnicu systému transponovanou maticou predeterminovaných premenných systému  $Z^T$ . Výsledok môžeme následne, s využitím operácie Kroneckerovho súčinu (Kroneckerov súčin dvoch matíc dostaneme, ak každý prvok matice stojacej v súčine vľavo je násobený maticou stojacou v súčine vpravo) napísať:

$$(I \otimes Z^T)y = (I \otimes Z^T)X\delta + (I \otimes Z^T)u$$

kde  $X$  je matica, ktorá má na diagonále matice  $X_i$  a všade inde 0,  $y$  je vektor endogénnych premenných a  $\delta$  je vektor všetkých štrukturálnych parametrov modelu.

Variačno-kovariačná matica vektora náhodných porúch získaného modelu je nasledovná:

$$\text{var}[(I \otimes Z^T)u] = E[(I \otimes Z^T)uu^T(I \otimes Z^T)] = \Sigma \otimes E(Z^T Z) = \Sigma \otimes (Z^T Z)$$

pričom posledná rovnosť je splnená za predpokladu, že matica  $(Z^T Z/n)$  konverguje k nestochastickej matici. V dôsledku toho, že táto variačno-kovariačná matica nie je vo všeobecnosti skalárnym násobkom jednotkovej matice, tak na odhad parametrov  $\delta$  použijeme zovšeobecnený estimátor najmenších štvorcov. Po úprave dostávame:

$$\hat{\delta} = \{X^T [\Sigma^{-1} \otimes (Z^T Z)^{-1} Z^T] Z\}^{-1} Z^T [\Sigma^{-1} \otimes (Z^T Z)^{-1} Z^T] y$$

Vidíme, že problémom je neznáma variačno-kovariančná matica  $\Sigma$ , ktorú chceme konzistentne odhadnúť. V tomto kroku sa vrátíme k dvojstupňovej metóde najmenších štvorcov. Prvky požadovanej matice  $\Sigma$  odhadneme pomocou reziduálov, ktoré získame aplikáciou dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{e_i^T e_i}{n}$$

kde  $n$  môže byť jednak počet pozorovaní, alebo aj priemerný počet stupňov voľnosti na rovnici. Dosadením odhadnutej matice  $\hat{\Sigma}$  dostávame estimátor, ktorý nazývame trojstupňovým estimátorom najmenších štvorcov (3SLS). Dá sa ukázať, že tento estimátor je konzistentný. Platí, že metóda 3SLS je metódou IV, ak maticu  $W$  zvolíme v tvare:

$$W^T = X^T (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes Z(Z^T Z)^{-1} Z^T)$$

Odhad NL3SLS získame minimalizáciou vzťahu:

$$J(\delta) = \frac{1}{2} f^T(y, x, \delta) (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) H (H^T (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) H)^{-1} H^T (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) f(y, x, \delta) \rightarrow \min_{\delta}$$

kde  $H = \text{diag}(H_1, \dots, H_g)$ ,  $H_i = \tilde{W}_i$  a stĺpce  $\tilde{W}_i$  sú zostavené z lineárnych a nelineárnych kombinácií predeterminovaných premenných.

Výhodou trojstupňovej metódy najmenších štvorcov je, že pri správnej špecifikácii ostatných rovníc, odhady koeficientov v  $i$ -tej rovnici budú mať nižší rozptyl. Avšak, v predchádzajúcom tvrdení sa skrýva aj hlavný nedostatok systémového odhadu, a to je nekonzistentný odhad všetkých rovníc systému v prípade misšpecifikácie jedinej rovnice.

K systémovým odhadom sa radí ešte aj metóda maximálnej vierohodnosti, tej sa ale nebudeme venovať.

Na základe toho, čo bolo v tejto časti napísané, prijmemo tvrdenie, že štandardné štatistické výsledky a testy sú asymptoticky platné aj pri odhadovaní nelineárnych modelov.

#### Porovnanie vlastností OLS, 2SLS, 3SLS:

Na záver zhrňme výhody a nevýhody jednotlivých estimátorov, získané na základe početných Monte Carlo simulácií, ktoré napodobňovali bežné ekonomické procesy. To znamená, že sa volil jednoduchý model: niekoľko rovníc s niekoľkými premennými. Počet pozorovaní bol volený rádovo v desiatkach.

Výsledkom veľkého množstva pokusov bolo, že jednoduchý estimátor najmenších štvorcov je najviac skreslený, s najväčšou strednou štvorcovou chybou, avšak má tú výhodu, že má nízky rozptyl a samozrejme, nezabúdajme na jeho jednoduchosť. Dvojstupňová metóda najmenších štvorcov poskytuje najmenšie skreslenie aj strednú štvorcovú chybu, nie je príliš citlivá na chyby špecifikácie modelu, avšak je do veľkej miery ovplyvnená multikolinearitou (vzájomnou koreláciou vysvetľujúcich premenných). Systémová metóda odhadu parametrov – trojstupňová metóda najmenších štvorcov poskytuje pri dobrej špecifikácii modelu odhad s najnižším rozptylom. Avšak, ak sa v systéme vyskytujú chyby špecifikácie alebo chyby merania, v dôsledku súčasného odhadu všetkých rovníc sa chyby rozširujú do celého systému.

### 3.2.2. Modely s členom korigujúcim chyby

Metódu opíšeme len veľmi stručne, keďže na odhadovanie rovníc ju používať nebudeme. Veľmi dobrým objasnením disponuje napríklad [5]. My sa sústredíme len na časti, ktoré budeme v kapitole 5 používať na popis rovníc NBS a INFOSTATu.

Za tvorcov ECM metódy (Error Correction Method) sa považujú R. Engle a C.Granger. Metóda je založená na kombinácii štatistických a ekonometrických metód. Výhodou oproti klasickému modelovaniu je, že regresné rovnice založené na uvedenom princípe, umožňujú vyjadriť vplyv určitého typu časového oneskorenia, o ktorom sa predpokladá, že určuje vývoj modelovaného vzťahu a rozlíšiť dlhodobý trend vo vývoji od krátkodobých odchýlok od trendu.

Východiskom konštrukcie modelov s korekčným členom je analýza dynamických vzťahov medzi ekonomickými premennými, založená na modeloch ADL (Autoregressive Distributed Lags)- modeloch s autoregresne rozdelenými oneskoreniami. Model s jednou vysvetľujúcou premennou, s jedným stupňom oneskorenia závislej premennej a jedným stupňom oneskorenia vysvetľujúcej premennej ADL (1,1), s korekčným členom vyjadreným explicitne, vyzerá nasledovne:

$$\ddot{A}Y_t = a_0 + b_0 \ddot{A}X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-1} - X_{t-1}) + cX_{t-1} + u_t$$

Za predpokladu existencie dlhodobo statického riešenia dostaneme:

$$Y^* = \ddot{a}_0 + \ddot{a}_1 X^*$$

$$\text{kde } \ddot{a}_0 = \frac{a_0}{1-a_1}, \quad \ddot{a}_1 = \frac{b_0+b_1}{1-a_1}$$

Parameter  $\ddot{a}_1$  nazývame dlhodobým multiplikátorom, ktorý vyjadruje dlhodobú elasticitu závislej premennej vzhľadom na nezávislú premennú v modeloch, kde sú premenné vyjadrené pomocou logaritmov. Pristavme sa ešte pri parametri  $a_1$ , ktorý vyjadruje intenzitu zotrvačnosti. Platí, že čím väčšia zotrvačnosť existuje vo vývoji závislej premennej, tým menší vplyv má na ňu vplyv nerovnováhy (teda parameter  $(1 - a_1)$  ide k nule sprava). Na to aby bola zabezpečená dlhodobá stabilita modelov, je potrebné aby  $|a_1| < 1$ . V prípade, že  $a_1 > 1$ , mechanizmus na korekciu chýb je narušený.

Modely ECM sú krátkodobé, parameter  $b_0$  sa nazýva krátkodobým multiplikátorom, ktorý indikuje vplyv krátkodobej závislosti medzi závislou a nezávislou premennou. O tomto krátkodobom vzťahu sa predpokladá, že jeho existencia je časovo obmedzená a po relatívne krátkom čase zaniká. Môžeme ho interpretovať ako vplyv určitého – vonkajšieho šoku.

Pomocou vzťahov pre parametre  $\check{a}_0$  a  $\check{a}_1$  je možné vzťah vyjadrujúci korekčný člen explicitne upraviť do podoby, ktorá sa používa pri vyjadrovaní modelov ECM:

$$\Delta Y_t = a_0 + b_0 \Delta X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-1} - \delta_0 X_{t-1}) + u_t$$

Ešte spomeňme nutnú a postačujúcu podmienku na to, aby metóda ECM vôbec fungovala. Je potrebné, aby časové rady premenných boli stacionárne, prípadne kointegrované.

Na záver ešte pripomeňme, že v rovniciach založených na štvrtročných údajoch má okrem oneskorenia o jeden štvrtrok zmysel uvažovať aj s oneskorením o jeden rok.

$$\check{A}_4 Y_t = a_0 + b_0 \check{A}_4 X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-4} - \check{a}_0 X_{t-4}) + u_t$$

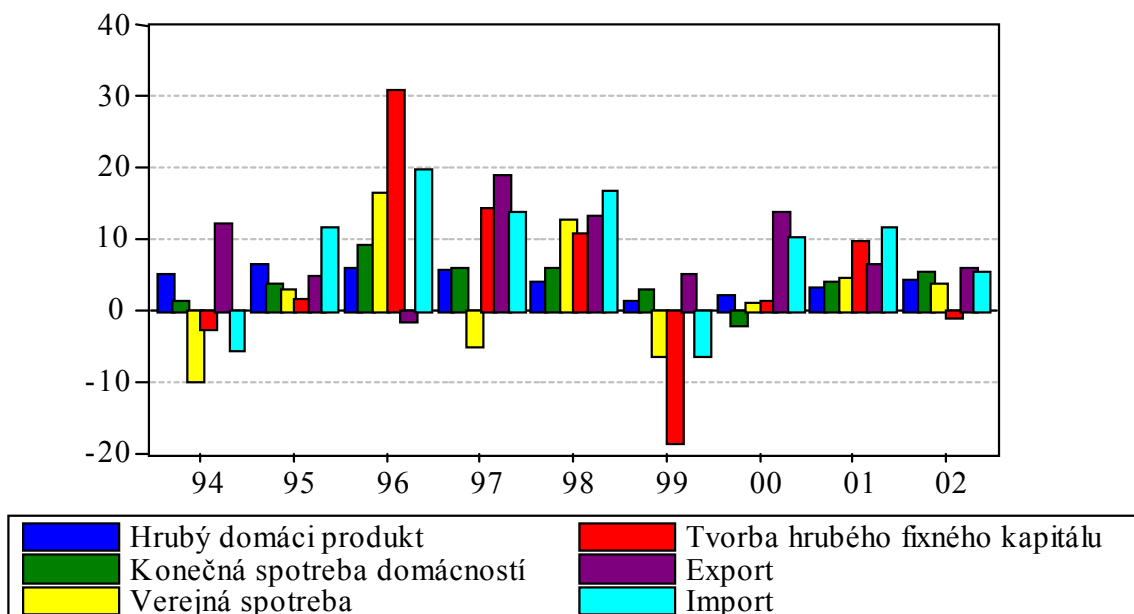
#### 4. Charakteristika vývoja zložiek agregátneho dopytu SR od r. 1993

Rok 1993 bol poznačený doznievajúcou transformačnou recesiou, pre ktorú bol charakteristický pokles reálneho HDP. Rok 1994 priniesol obrat, nastalo oživenie hospodárskeho rastu, najvýraznejšie sa na ňom podielalo až 12,2% zvýšenie vývozu, ktoré spolu s poklesom dovozu o 5,4% spôsobilo, že podiel čistého vývozu na HDP dosiahol doteraz najväčšiu kladnú hodnotu 5,1%. Zlepšenie bolo dôsledkom priaznivej situácie na svetových trhoch, devalvácie slovenskej koruny a zavedenia dovoznej prirážky. V roku 1995 zaznamenali pozitívny rast už všetky zložky domáceho dopytu (spotreba domácností, verejná spotreba a investičný dopyt), čistý export si udržal kladný, aj keď už len 1,7% podiel na hrubom domácom produkte. Vďaka pozitívnemu vývoju zaznamenala slovenská ekonomika doteraz najväčší rast HDP vo výške 6,5%. Roky 1994 a 1995 možno z pohľadu makroekonomických výsledkov hodnotiť ako najúspešnejšie. V nasledujúcom roku spôsobil pokles vývozu so súčasným markantným nárastom dovozu výrazne zápornú hodnotu čistého vývozu, avšak vysoká dynamika rastu HDP bola zachovaná, vďaka 18% nárastu domáceho dopytu. Za zmienku stojí najmä výrazný nárast verejnej spotreby (16,6%) a investícií (31%), na ktorých mal vysoký podiel štát. Išlo o investície do výstavby diaľnic, vodného diela a atómových elektrární. Rok 1997 bol charakteristický poklesom dynamiky domáceho dopytu, a oživením exportu, aj keď záporné saldo zahraničného obchodu bolo stále vysoké (7,6% HDP). V roku 1998 bol hospodársky rast ťahaný domácim dopytom, najmä investičnou a verejnou zložkou, čo súviselo s volebným obdobím (urýchľovanie výstavby diaľnic, zvyšovanie miezd štátnym zamestnancom). Zahraničný obchod zaznamenal rekordné saldo vo výške 70,6 mld. Sk (s.c. 95). Zmena vlády a hospodárskej politiky priniesli obmedzovanie domáceho dopytu (-6,2%) a obmedzili rast HDP na 1,3% oproti predchádzajúcemu roku, keď rast HDP ešte vykazoval hodnotu 4%. Na obmedzenie importu bola znovu zavedená dovozná prirážka. V duchu reštrikčných opatrení sa niesol aj rok 2000, keď sa podarilo skresť schodok zahraničného obchodu na 0,2% HDP. Roky 2001 a 2002 sú rokmi postupného oživenia, domáci dopyt po dvoch rokoch zaznamenal rast. V roku 2001 výrazne rástla tvorba hrubého kapitálu (16%). V roku 2002 narástol HDP o 4,4%, čo je najviac od roku 1997. Tento výsledok bol dosiahnutý najmä vďaka zvýšenému dopytu domácností a zníženému tempu rastu importu. Nezanedbateľným je aj rast zahraničného dopytu, ktorý v poslednom štvrtroku zaznamenal až 12,4% rast. Z novým rokom 2003 do platnosti vstúpil balíček ekonomických opatrení vlády, ktorý spolu s vplyvmi deregulácie cien energie pravdepodobne spôsobí mierny pokles domáceho dopytu. Predpokladaná miera rastu HDP sa pohybuje od 3,7 – 4,8%. Táto úroveň by mala byť dosiahnutá

vďaka exportu a predpokladanému rastu investícií. Všetko bude samozrejme ovplyvnené aj vývojom globálnej ekonomiky.

Podrobnejšie údaje o vývoji jednotlivých zložiek domáceho a zahraničného dopytu sú v tabuľke 4.1. Porovnanie percentuálneho rastu jednotlivých zložiek je na obrázku 4.1. Z obrázku je zrejmé, že najväčšiu nestabilitu vykazujú verejná spotreba (konečná spotreba verejnej správy + konečná spotreba neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam) a tvorba hrubého fixného kapitálu.

Obrázok 4.1  
Tempá rastu HDP a zložiek jeho tvorby  
%





Tabuľka 4.1

Vývoj jednotlivých zložiek tvorby hrubého domáceho produktu  
mld. Sk, s.c. 95

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
<b>HDP</b>	508	534,4	568,9	602,2	636,1	661,3	670	684,8	707,3	738,5
<b>% zmena</b>	-	5,2%	6,5%	5,9%	5,6%	4,0%	1,3%	2,2%	3,3%	4,4%
<b>C</b>	273,2	277,1	287,1	313,1	331,8	350,9	361,2	354,7	368,9	388,7
<b>% zmena</b>	-	1,4%	3,6%	9,1%	6,0%	5,8%	2,9%	-1,8%	4,0%	5,4%
<b>C/HDP</b>	53,8%	51,9%	50,5%	52,0%	52,2%	53,1%	53,9%	51,8%	52,2%	52,6%
<b>G</b>	130,6	117,8	121,3	141,4	134,6	151,7	142,1	143,7	150,5	156,2
<b>% zmena</b>	-	-9,8%	3,0%	16,6%	-4,8%	12,7%	-6,3%	1,1%	4,7%	3,8%
<b>G / HDP</b>	25,7%	22,0%	21,3%	23,5%	21,2%	22,9%	21,2%	21,0%	21,3%	21,2%
<b>I</b>	144,2	140,6	143	187,3	214,1	237,5	193,7	196	214,9	212,9
<b>% zmena</b>	-	-2,5%	1,7%	31,0%	14,3%	10,9%	-18,4%	1,2%	9,6%	-0,9%
<b>I / HDP</b>	28,4%	26,3%	25,1%	31,1%	33,7%	35,9%	28,9%	28,6%	30,4%	28,8%
<b>Z</b>	-17,4	-28,7	7,8	17,8	4	-8,2	-10,7	-14,3	-3,3	7,3
<b>THK</b>	126,8	111,9	150,8	205,1	218,1	229,3	183,0	181,7	211,6	220,2
<b>% zmena</b>	-	-11,8%	34,8%	36,0%	6,3%	5,1%	-20,2%	-0,7%	16,5%	4,1%
<b>THK / HDP</b>	25,0%	20,9%	26,5%	34,1%	34,3%	34,7%	27,3%	26,5%	29,9%	29,8%
<b>DD</b>	530,6	506,8	559,2	659,6	684,5	731,9	686,3	680,1	731,0	765,1
<b>% zmena</b>	-	-4,5%	10,3%	18,0%	3,8%	6,9%	-6,2%	-0,9%	7,5%	4,7%
<b>DD / HDP</b>	104,4%	94,8%	98,3%	109,5%	107,6%	110,7%	102,4%	99,3%	103,4%	103,6%
<b>C/DD</b>	51,5%	54,7%	51,3%	47,5%	48,5%	47,9%	52,6%	52,2%	50,5%	50,8%
<b>EX</b>	277,5	311,4	326,4	321,9	383,2	433,8	456,3	519,2	552,8	585,5
<b>% zmena</b>	-	12,2%	4,8%	-1,4%	19,0%	13,2%	5,2%	13,8%	6,5%	5,9%
<b>EX / HDP</b>	54,6%	58,3%	57,4%	53,5%	60,2%	65,6%	68,1%	75,8%	78,2%	79,3%
<b>IM</b>	300,1	283,9	316,7	379,4	431,6	504,4	472,5	520,8	581,5	612,4
<b>% zmena</b>	-	-5,4%	11,6%	19,8%	13,8%	16,9%	-6,3%	10,2%	11,7%	5,3%
<b>IM / HDP</b>	59,1%	53,1%	55,7%	63,0%	67,9%	76,3%	70,5%	76,1%	82,2%	82,9%
<b>NE</b>	-22,6	27,5	9,7	-57,5	-48,4	-70,6	-16,2	-1,6	-28,7	-26,9
<b>NE / HDP</b>	-4,4%	5,1%	1,7%	-9,5%	-7,6%	-10,7%	-2,4%	-0,2%	-4,1%	-3,6%

C	konečná spotreba domácností	DD	domáci dopyt
G	verejná spotreba	EX	celkový vývoz
I	tvorba hrubého fixného kapitálu	IM	celkový dovoz
Z	zmena stavu zásob	NE	čistý vývoz
THK	tvorba hrubého kapitálu		

## 5. Analýza zložiek agregátneho dopytu v modeloch slovenských inštitúcií

Hlavné inštitúcie, ktoré sa na Slovensku v súčasnosti zaoberajú tvorbou ekonometrických modelov sú: INFOSTAT, Ústav slovenskej a svetovej ekonomiky Slovenskej akadémie vied a Národná banka Slovenska. V tejto časti sa budeme zaoberať rovnicami, ktoré boli špecifikované jednotlivými inštitúciami, konkrétne sa zameriame na rovnice zložiek agregátneho dopytu: rovnicu konečnej spotreby domácností, rovnicu spotreby vlády, investičnú funkciu a funkcie modelujúce zahraničný obchod. Na úvod každej časti stručne uvedieme relevantnú teóriu, ktorá by mala objasniť opodstatnenosť premenných vstupujúcich do daných rovníc, rovnako aj očakávanú reakciu vysvetľovanej premennej na zmenu vysvetľujúcich premenných. Ďalej uvedieme partikulárne rovnice z nasledujúcich modelov: QEM-ECM-1.0 (INFOSTAT), ISWE00q4 (ÚSSE SAV), Econometrický model NBS (NBS).

### 5.1. Konečná spotreba domácností

#### 5.1.1. Teória

Najsť sa na modelovanie spotreby pozrieme z hľadiska neoklasickej teórie. Analytickým nástrojom je kardinálny koncept úžitku, ktorého centrálnym pojmom je hraničný úžitok, t.j. úžitok sprostredkovaný spotrebou poslednej jednotky statku. Tento je vždy kladný, avšak jeho prírastok klesá (prvý Gossenov zákon). Ďalším podstatným faktorom je, že podľa neoklasikov sa domácnosť rozhoduje o svojej ponuke práce a o použití dôchodku (čiže o spotrebe a úsporách) súčasne. K tvorbe úspor sa domácnosť podnecuje len na základe úroku. A keďže domácnosť delí svoj dôchodok medzi spotrebu a úspory, dostávame neoklasickú funkciu spotreby:

$$C = C(i)$$

pričom závislosť je negatívna, pretože vyšší úrok podnecuje domácnosti šetriť viac a tým pádom spotrebúvať menej.

Hlavná hypotéza keynesovskej teórie pojednáva o tom, že spotreba závisí v rozhodujúcej miere od bežného reálneho dôchodku:

$$C = C(Y)$$

Tento pohľad je z hľadiska neoklasickej teórie nemožný, keďže tam sa rozhodnutia o spotrebe a dôchodku robili simultánne. Keynes pripúšťa, že úrok taktiež ovplyvňuje úroveň spotreby, avšak nie veľmi signifikantne. Spomeňme ešte fundamentálne psychologický zákon, ktorý hovorí, že spotreba narastá s každým zvýšením dôchodku, avšak jej prírastok je menší ako

pôvodné zvýšenie dôchodku. Na jeho formuláciu sa používa pojem hraničného sklonu k spotrebe  $C'$ . Na záver uvedieme rovnicu lineárnej funkcie spotreby:

$$C = C_{aut} + C'.Y$$

pričom  $C' = \frac{dC}{dY}$  a  $C_{aut}$  je autonómna spotreba, ktorá je vlastne predpokladom lineárnej formulácie.

### 5.1.2. Rovnica spotreby v modeloch slovenských inštitúcií

#### I. QEM-ECM-1.0

$$\begin{aligned} \ddot{A}_4 \ln C95 = & 0.5066 + 0.5665 \ddot{A}_4 \ln YRD - 0.7725 [\ln C95_{t-4} - 0.8307 \ln YRD_{t-4}] \\ & - 0.0885 SD4 + 0.0587 UC95 \end{aligned}$$

<i>C95</i>	konečná spotreba domácností, mld. Sk, s.c. 95
<i>YRD</i>	hrubý disponibilný dôchodok domácností, mld. Sk, s.c. 95
<i>SD4</i>	sezónny filter pre 4. štvrťrok
<i>UC95</i>	umelá premenná vysvetľujúca spotrebu domácností

#### II. ISWE00q4

$$CP = 7.13 + 0.834 * HDD + (-11.2) * T4 + 0.0236 * DL$$

<i>CP</i>	konečná spotreba domácností, b.c.
<i>PC</i>	deflátor konečnej spotreby domácností, 1995=1
<i>HDD</i>	hrubý disponibilný dôchodok
<i>DL</i>	zmena priemernej zamestnanosti (evidovanej) v národnom hospodárstve, tis. osôb
<i>T4</i>	sezónny filter pre 4. štvrťrok

#### III. Ekonometrický model NBS

$$\begin{aligned} \ddot{A} \ln CC95_t = & 2.4983 - 0.0045 \ddot{A} ((RIDN\_S - (CPI/CPI_{t-4}))_t) + 1.1929 \ddot{A}_2 \ln NE_t - 0.4749 [ \\ & \ln CC95_{t-1} - 0.5300 \ln ((YD - YVP - YSP)/CPI)_{t-1} - 0.4700 \ln (WEALTH/CPI)_{t-1} \\ & + 0.0086 (RIDN\_S - (CPI/CPI_{t-4}))_{t-1}] - 0.0305 SEAS1 + 0.0170 SEAS2 \\ & + 0.0093 SEAS3 \end{aligned}$$

<i>CC95</i>	súkromná spotreba, mld. Sk, s.c.95
<i>RIDN_S</i>	nominálna úroková miera krátkodobých vkladov, %
<i>CPI</i>	spotrebiteľský cenový index
<i>NE</i>	počet zamestnaných, mil. osôb
<i>YD</i>	disponibilné príjmy domácností, mld. Sk, b.c.
<i>YVP</i>	kapitálové príjmy, mld. Sk, b.c.
<i>YSP</i>	hrubý prevádzkový prebytok podnikateľov, mld. Sk, b.c.
<i>WEALTH</i>	bohatstvo, mld. Sk, b.c.
<i>SEAS<sub>i</sub></i>	sezónny index pre i-ty štvrťrok

Uvedené rovnice majú spoločnú signifikantnú závislosť od hrubého disponibilného dôchodku. Úroková miera vystupuje len v rovnici NBS, aj to s koeficientom, ktorý je veľmi malý v krátkodobom aj dlhodobom vzťahu. Preto sa prikláňame k názoru, že z teoretického hľadiska je v slovenských podmienkach správnejšia keynesovská teória, a teda hlavným determinantom spotreby domácností je hrubý disponibilný dôchodok domácností. Ten je vypočítaný ako rozdiel bežných príjmov a bežných výdavkov obyvateľstva. Najjednoduchšou sa javí rovnica ÚSSE SAV, kde vystupuje aj zmena v zamestnanosti, ktorá podľa kladného koeficientu pozitívne vplyva na výšku spotreby. Zaujímavým je záporné znamienko parametra pri sezónnom filtri pre 4. štvrťrok. Je to vplyvom koncoročných odmien, t.j. spotreba nenarastie proporcionálne k nárastu príjmov. Rovnica INFOSTATu je klasickou reprezentáciou ECM modelu s oneskoreniami o štyri štvrťroky. Všimnime si parameter pri korekčnom člene, ktorý poukazuje na to, že vplyv nerovnováhy na vývoj spotreby je veľký, aj keď by sme v jej vývoji skôr čakali zotrvačnosť. V rovnici je prítomný aj kvázi sezónny index 4. štvrťroku, ktorý má ten istý význam, ako sme písali vyššie. NBS vytvorila najzložitejší predpis determinácie spotreby. Príjmy domácností vystupujú len ako dlhodobý faktor. Všimnime si ale iný vysvetľujúci dlhodobý člen - premennú označujúcu bohatstvo, ktorá predstavuje reálne úspory obyvateľstva. Zo znamienkovej analýzy vyplýva, že táto premenná vplyva dlhodobo pozitívne na vývoj spotreby domácností.

## **5.2. Funkcia verejnej spotreby**

Konečná spotreba verejnej správy môže v ekonometrických modeloch vystupovať ako exogénna premenná, keďže vláda je z väčšej časti limitovaná štátnym rozpočtom. Objem odvodov do štátneho rozpočtu závisí nielen od daňových sadzieb, ale aj od hospodárskej konjunktúry, od celkovej cenovej a mzdovej hladiny. Predvídať sa dajú výdavky na mzdy štátnych zamestnancov, avšak ostatné štátne výdavky na nákupy tovarov, štátnu výstavbu, už nie je možné dopredu jednoznačne určiť. Už v Kapitole 4 sme poukázali na nestabilitnosť objemu verejnej spotreby.

Ak sa rozhodneme spotrebu verejnej správy modelovať, tak ako hlavnú vysvetľujúcu premennú volíme bežné alebo celkové výdavky štátneho rozpočtu, čo je vidieť aj v nasledujúcich rovniciach.

**I. QEM-ECM-1.0**

$$\begin{aligned} \Delta \ln G95 = & 2.8211 + 0.5332 \Delta \ln (F/PG)_t + 1.9656 \Delta \ln LD\_G_t - 0.7256 [\ln G95_{t-1} \\ & - 0.7348 \ln (F/PG)_{t-1} - 2.7089 \ln LD\_G_{t-1}] - 0.0537 SD1 + 0.1646 UG95 \end{aligned}$$

<i>G95</i>	konečná spotreba štátnej správy, mld. Sk, s.c. 95
<i>F</i>	celkové výdavky štátneho rozpočtu, mld. Sk, s.c. 95
<i>PG</i>	deflátor konečnej spotreby štátnej správy, 1995=1
<i>LD_G</i>	zamestnanosť vo verejnom sektore, mil. osôb
<i>SD1</i>	sezónny index pre 1. štvrt'rok
<i>UG95</i>	umelá premenná vysvetľujúca verejnú spotrebu

**II. ISWE00q4**

$$GP = 8.25 + 0.693 FE + 4.44 T4 + 6.18 U982L$$

<i>GP</i>	verejná spotreba, mld. Sk, b.c.
<i>F</i>	bežné výdavky štátneho rozpočtu, mld. Sk, b.c.
<i>T4</i>	sezónna premenná pre 4. štvrt'rok
<i>U982</i>	umelá premenná, v 1998 2Q 1, inak

**III. Ekonometrický model NBS**

$$\begin{aligned} \Delta \ln G95 = & -0.2064 + 0.2623 \Delta \ln (F/PG)_t Y - 0.2519 \Delta \ln G95_{t-1} - 0.5685 [\ln G95_{t-1} \\ & - \ln (F/PG)_{t-1}] \end{aligned}$$

<i>G95</i>	verejná spotreba, mld. Sk, s.c. 95
<i>F</i>	celkové výdavky štátneho rozpočtu, mld. Sk, s.c. 95
<i>PG</i>	deflátor vládnej spotreby, 1995=1

**5.3. Investičná funkcia****5.3.1. Teória**

Investíciou nazývame zmenu fyzického stavu kapitálu. Opäť začneme neoklasickou teóriou. Podľa nej podnik financuje svoje investície vydaním dlžobných úpisov. Teda objem investícií je daný ako podiel nominálnej zmeny stavu dlžoby a hodnoty investície:

$$I = \frac{\Delta B^s}{P}$$

Keďže investície môžeme chápať jednak ako dopyt po kapitále, jednak ako dopyt po statkoch a každý vzostup úroku spôsobí pokles dopytu po investíciách a nárast dopytu po statkoch, tak píšeme:

$$I = I(i)$$

Domácnosti vytvárajú úspory, ktoré sú potenciálnym kapitálom pre podniky. Úspory tvoria reálnu ponuku kapitálu a sú kladne závislé od úroku. Na kapitálovom trhu sa ponuka a dopyt stretávajú a mechanizmom, ktorý ich zosúladí, je úrok.

V keynesovskej teórii závisia úspory domácností od dôchodku, rovnako ako spotreba, čo nám vyplýva z rozpočtového ohraničenia domácností, kde každý dodatočný dôchodok putuje buď na spotrebu, alebo úspory, ktoré sú opäť potenciálnou investíciou. Investičný dopyt podľa Keynesa závisí negatívne od úroku, avšak, na rozdiel od neoklasikov, len nepriamo. Totiž hlavným hýbateľom je očakávaná hraničná efektivita kapitálu, ktorá je psychologickou veličinou a je daná očakávaným zhodnotením investície- očakávaným úrokom. Preto sa môže stať, že dopyt po investíciách kolíše pri konštantnom úroku na trhu v závislosti od očakávaní.

### 5.3.2. Investičná rovnica v modeloch slovenských inštitúcií

#### I. QEM-ECM-1.0

$$\begin{aligned} \ddot{A}_4 \ln I95_t = & -9.3465 + 2.9082 \ddot{A}_4 \ln Y95_t + 1.3039 \ddot{A}_4 \ln (CRF/PPI)_t - 0.8668 [ \ln I95_{t-4} \\ & - \ln Y95_{t-4} - 1.6401 \ln (CRF/PPI)_{t-4} ] + 0.3508 SD4 + 0.1444 UI95 \end{aligned}$$

<i>I95</i>	tvorba hrubého fixného kapitálu, mld. Sk, s.c. 95
<i>Y95</i>	hrubý domáci produkt, mld. Sk, s.c. 95
<i>CRF</i>	objem bankových úverov pre podniky, mld. Sk
<i>PPI</i>	index cien priemyselných výrobcov, 1995=1
<i>SD4</i>	sezónny filter pre 4. štvrťrok
<i>UI95</i>	umelá premenná vysvetľujúca investície

#### II. ISWE00q4

$$DFKP = -37.2 + 0.275 ACEHB - 0.676 YZ1 + 0.980 CE + 0.171 CFP - 6.29 T1$$

<i>DFKP</i>	tvorba hrubého fixného kapitálu, mld. Sk, b.c.
<i>ACEHB</i>	úvery podnikom a obyvateľstvu, mld. Sk
<i>YZ1</i>	vytvorený zisk nefinančných organizácii spolu, mld. Sk
<i>CE</i>	kapitálové výdavky štátneho rozpočtu, mld. Sk
<i>CFP</i>	úvery prijaté zo zahraničia, mld. Sk
<i>T1</i>	sezónny filter pre 1. štvrťrok

**III. Ekonometrický model NBS**

$$\begin{aligned} \ln I95_t = & -0.2234 - 0.0101 \text{Ä}((RICN\_S + RICN\_S_{t-1})/2) + 0.2922 \text{Ä} \ln GDP95_t \\ & + 2.8391 \text{Ä}((YSP + YSP_{t-1})/(GDP + GDP_{t-1})) - 0.2922 [\ln I95_{t-1} - \ln GDP95_{t-1} \\ & - 9.7163 ((YSP + YSP_{t-1})/(GDP - GDP_{t-1}))_{t-1} \\ & + 0.0346 ((RICN\_S + RICN\_S_{t-1})/2)_{t-1}] \\ & - 0.7610 SEAS1 - 0.2178 SEAS2 - 0.3486 SEAS3 \end{aligned}$$

<i>I95</i>	investície, mld. Sk, s.c. 95
<i>RICN_S</i>	nominálna úroková miera krátkodobých úverov, %
<i>GDP95</i>	hrubý domáci produkt, mld. Sk, s.c. 95
<i>YSP</i>	hrubý prevádzkový prebytok podnikateľov, mld. Sk
<i>GDP</i>	hrubý domáci produkt, mld. Sk, b.c.
<i>SEAS<sub>i</sub></i>	sezónna premenná pre i-ty štvrtrok

Ako sme už spomínali v teoretickej časti, investície, alebo tvorba hrubého fixného kapitálu môže byť financovaná úsporami domácností, t.j. zadĺžením podnikov, a preto sa prvým dvom inštitúciám podarilo preukázať signifikantnú závislosť na objeme poskytnutých úverov. Ďalšou vysvetľujúcou premennou v modeli INFOSTATu je hrubý domáci produkt, a v modeli ÚSSE SAV sú to kapitálové výdavky štátneho rozpočtu spolu s vytvoreným ziskom nefinančných organizácií. Stojí za povšimnutie, že podľa rovnice, s rastúcim ziskom nefinančných organizácií hodnota investícií klesá, aj keď by asi bolo rozumnejšie očakávať opak. Rovnica NBS obsahuje ako vysvetľujúcu premennú podiel hrubého prevádzkového prebytku podnikateľov na HDP, ale za dva štvrtroky súčasne, k čomu sú prispôbené aj dáta o nominálnej úrokovej miere, ktorá tu vystupuje namiesto objemu úverov. Tvar rovnice je ECM reprezentáciou, podobne ako rovnica INFOSTATu.

**5.4. Zahraničný obchod****5.4.1. Teória**

Vzhľadom na to, že cieľom diplomovej práce nie je popis zahraničného obchodu, v prípade záujmu sa čitateľ môže dozvedieť viac o príčinách vzniku obchodovania so zahraničím i o teoretických prístupoch v diplomových prácach [8], [9]. My sa obmedzíme iba na stručnú charakteristiku Mundelovho prístupu, ktorý napriek tomu, že sa zaoberá len výmenou statkov, je základným teoretickým nástrojom aj v súčasnosti. Pre zjednodušenie sa budeme zaoberať len dvoma krajinami, ktoré produkujú dva výrobky a každá vyváža jeden výrobok.

Nech krajina *A* vyváža výrobok *X* a krajina *B* výrobok *Y*. Z hľadiska tovarovej výmeny medzi krajinami je dôležitý dopyt krajiny *A* po tovare *Y* a podobne, dopyt krajiny *B* po tovare *X*.

$$y_A = y_A(D_A, P)$$

$$x_B = x_B(D_B, \frac{1}{P})$$

kde  $D_A$ , resp.  $D_B$  označujú domácu spotrebu v krajinách  $A$ , resp.  $B$  a  $P$  je cena obchodu (cena  $Y$  vyjadrená v cenách  $X$ ). Mundelov model obsahuje ešte viacero rovníc, popisujúcich celkovú domácu spotrebu, produkciu tovarov  $X$  a  $Y$  v jednotlivých krajinách, čistú obchodnú bilanciu krajiny  $A$ . Pre nás sú dôležité funkcie dopytu krajín po importe, definované ako rozdiel medzi dopytom a ponukou importovaných tovarov:

$$I_A = y_A - Y_A$$

$$I_B = x_B - X_B$$

Keďže ponuka, resp. produkcia závisí len od cenovej hladiny, dostávame:

$$I_A = I_A(D_A, P)$$

$$I_B = I_B(D_B, \frac{1}{P})$$

Podobne by sme mohli definovať funkcie ponuky exportu, ako rozdiely produkcie a spotreby vyváženého tovaru v danej krajine.

Na záver teoretickej časti zadefinujeme dôležitú veličinu v zahraničnom obchode - reálny efektívny kurz. Je definovaný ako  $R = eP_f / P$ , kde  $P$  a  $P_f$  sú cenové hladiny doma a v zahraničí a  $e$  je výmenný kurz (cena jednotky zahraničnej meny vyjadrená v jednotkách domácej meny). Teda reálny efektívny výmenný kurz je pomerom zahraničných cien k domácim cenám meraných v tej istej mene. Ak  $R$  rastie, znamená to, že zahraničný tovar sa vzhľadom k domácemu stáva drahší, a teda konkurencieschopnosť domácej ekonomiky sa zvyšuje.

#### 5.4.2. Rovnice dovozu a vývozu tovarov a služieb v modeloch slovenských inštitúcií

##### I. QEM-ECM-1.0

$$\begin{aligned} \ddot{A}_4 \ln EGS95_t = & -1.8439 + 0.8671 \ddot{A}_4 \ln((MEUP + MCZP)/PMEU)_t \\ & - 0.4237 \ddot{A}_4 \ln(PEGS/PMEU * IREUS95)_t - 0.8756 [\ln EGS95_{t-4} \\ & - 1.2278 \ln((MEUP + MCZP)/PMEU)_{t-4} + \ln(PEGS/PMEU * IREUS95)_{t-4}] \\ & - 0.0840 SD1 + 0.1039 UEGS95 \end{aligned}$$

$EGS95$	vývoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
$MEUP$	dovoz krajín EÚ, mld. USD
$MCZP$	dovoz Českej republiky, mld. USD



<i>PEGS</i>	deflátor vývozu zo SR
<i>PMEU</i>	dovozný deflátor krajín EÚ, 1995=1
<i>IREUS95</i>	index výmenného kurzu SKK vs. USD, 1995=1
<i>SD1</i>	sezónny filter pre 1. štvrťrok
<i>UEGS95</i>	umelá premenná vysvetľujúca endogénnu premennú <i>EGS95</i>

$$\begin{aligned} \ddot{A}_4 \ln MGS95_t = & -3.2750 + 1.7203 \ddot{A}_4 \ln(C95 + G95 + I95 + EGS95)_t \\ & - 0.4655 \ddot{A}_4 \ln(PMGS/PAED)_t - 0.8788 [ \ln MGS95_{t-4} \\ & - 1.5041 \ln(C95 + G95 + I95 + EGS95)_{t-4} + \ln(PMGS/PAED)_{t-4} ] \\ & + 0.0708 SD1 - 0.0602 SD4 + 0.0648 UMGS95 \end{aligned}$$

<i>MGS95</i>	dovoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>C95</i>	konečná spotreba domácností, mld. Sk, s.c.1995
<i>G95</i>	konečná spotreba štátnej správy v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>I95</i>	tvorba hrubého fixného kapitálu v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>PMGS</i>	deflátor dovozu tovarov a služieb, 1995=1
<i>PAED</i>	deflátor agregátneho efektívneho dopytu
<i>SDi</i>	sezónny filter pre i-ty štvrťrok
<i>UMGS95</i>	umelá premenná vysvetľujúca endogénnu premennú <i>EMS95</i>

## II. ISWE00q4

$$EGSR = 28.8 - 57.8 DPM + 0.002 MDSK(-1) - 6.99 T1$$

<i>EGSR</i>	vývoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>DPM</i>	zmena vývozných cien
<i>MDSK</i>	objem dovozu rozvinutých krajín, mld. Sk, s.c. 1995
<i>T1</i>	sezónny filter pre prvý štvrťrok

$$MGSR = -17.453 + 0.616 DOP + 0.514 EGSR - 23.3 CEPOD - 6.76 T3$$

<i>MGSR</i>	dovoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>DOP</i>	domáci dopyt, mld. Sk, s.c. 95
<i>EGSR</i>	vývoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>CEPOD</i>	podiel deflátoru dovozu k indexu cien priemyselných výrobcov
<i>T3</i>	sezónny filter pre tretí štvrťrok

## III. Ekonometrický model NBS

$$\begin{aligned} \ddot{A} \ln EGS95_t = & -1.0789 + 0.6483 \ddot{A} \ln MEU_t - 0.0131 \ddot{A} \ln MCZ_t \\ & - 0.1409 \ddot{A} \ln (PE/PMEU*IRE)_t - 0.6352 [ \ln EGS95_{t-1} \\ & - 1.0207 \ln MEU_{t-1} + 0.0207 \ln MCZ_{t-1} \\ & + 0.2218 \ln (PE/PMEU*IRE)_{t-1} ] - 0.0971 SEAS1 + 0.0226 SEAS2 \\ & + 0.0191 SEAS3 \end{aligned}$$

<i>EGS95</i>	vývoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
--------------	--

<i>MEU</i>	dovoz krajín EÚ, mld. USD
<i>MCZ</i>	dovoz Českej republiky, mld. USD
<i>PE</i>	deflátor vývozu
<i>PMEU</i>	dovozný deflátor krajín EÚ
<i>IRE</i>	index výmenného kurzu
<i>SEASi</i>	sezónna premenná pre i-ty štvrťrok

$$\begin{aligned} \ln MGS95_t = & -2.6971 + 0.9242 \ln (CC95 + G95 + I95)_t + 0.7266 \ln EGS95_t \\ & -0.2248 (\ln (PM) - \ln (PXI))_t - 1.0003 [\ln MGS95_{t-1} \\ & - 1.3199 \ln (CC95 + G95 + I95 + EGS95)_{t-1} \\ & - 0.2241 (\ln (PM) - \ln (PXI))_{t-1}] + 0.1060 SEAS1 \end{aligned}$$

<i>MGS95</i>	dovoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>CC95</i>	súkromná spotreba v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>G95</i>	spotreba vlády v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>I95</i>	investície v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>EGS95</i>	vývoz tovarov a služieb v stálych cenách 1995, mld. Sk
<i>PM</i>	deflátor dovozu tovarov a služieb
<i>PXI</i>	index výrobných cien
<i>SEAS1</i>	sezónna premenná pre prvý štvrťrok

INFOSTAT a NBS majú na prvý pohľad veľmi podobné reprezentácie dovozných a vývozných funkcií, s rovnakými vysvetľujúcimi premennými, s hlavným rozdielom, že rovnice INFOSTATu sú vyjadrené s oneskorením o 4 štvrťroky, zatiaľ čo rovnice ekonometrického modelu NBS s oneskorením o jeden štvrťrok. Hlavným dopytovým faktorom pre celkový vývoz je v oboch modeloch objem dovozu krajín EÚ a Českej republiky (v rovnici NBS ako samostatné premenné, v rovnici modelu QEM-ECM-1.0 ako súčet). Z elasticít týchto faktorov v dlhodobom hľadisku vyplýva, že s rastúcim dovozom do EÚ rastie vývoz zo Slovenska viac ako úmerne. Z rovnice NBS možno navyše vyčítať postupné uprednostňovanie vývozu do EÚ pred vývozom do ČR. Vplyv týchto premenných je modifikovaný relatívnym cenovým indexom celkového vývozu, a to z krátkodobého aj dlhodobého hľadiska (v rovniciach INFOSTATu je dlhodobá elasticita rovná 1). Celkový dovoz tovarov a služieb na Slovensko je ovplyvňovaný hlavne agregátnym efektívnym dopytom (súčet dopytu domácností, verejnej správy, investičného dopytu a dopytu zahraničia), pričom v rovnici Národnej banky vystupuje tento faktor v krátkodobom vzťahu v podobe dvoch premenných- domáceho dopytu a dopytu zahraničia. Všimnime si vyššiu ako jednotkovú elasticitu hlavného faktora v dlhodobom vzťahu, ktorá svedčí o veľkej miere otvorenosti slovenskej ekonomiky a jej dovoznej náročnosti. Vývoz aj dovoz sa vyznačujú malou intenzitou zotrvačnosti vývoja. Rovnice ÚSSE SAV sú v jadre podobné, namiesto objemu dovozov do Európskej únie a Českej republiky,

používajú v rovnici vývozu premennú vyjadrujúcu objem dovozu do rozvinutých krajín. Keďže premenné nie sú v tvare logaritmov, koeficienty nám vyjadrujú absolútnu zmenu. Opäť vidíme vysokú dovoznú náročnosť slovenskej ekonomiky, t.j. ak náš vývoz vzrastie o jednotku, dovoz vzrastie o polovicu jednotky. Najvýznamnejšími premennými sú podiel deflátoru dovozu k indexu cien priemyselných výrobcov (vyjadrujúci pomer cien zahraničia k domácim cenám) v rovnici importu a zmena vývozných cien v rovnici exportu. Záporné, dosť vysoké koeficienty poukazujú na veľkú citlivosť vývozu, resp. dovozu na zmenu týchto ukazovateľov.

## 6. Modelovanie agregátneho dopytu

Na zostrojenie modelu (modelov) agregátneho dopytu SR sme použili nasledovný postup. Obmedzili sme sa na odhad piatich rovníc, ktoré popisujú vývoj zložiek HDP z dopytovej strany. To znamená, že najskôr sme odhadli rovnice konečnej spotreby domácností, verejnej spotreby, tvorby hrubého fixného kapitálu, celkového exportu a importu metódou jednoduchou metódou najmenších štvorcov. Dbali sme samozrejme na to, aby tieto rovnice vychádzali z ekonomickej teórie popísanej v kapitole 5.

Cieľom bolo, aby výsledné špecifikácie rovníc vyhovovali nasledujúcim požiadavkám. V prvom rade, chceli sme, aby adjustovaný koeficient determinácie  $\bar{R}^2$  nadobúdal hodnotu vyššiu ako 0,70 a to pri splnení všetkých štandardných podmienok, akými sú štatistická významnosť odhadnutých parametrov (pri hladine významnosti 0,05), neprítomnosť autokorelácie rezíduí, multikolinearity. Umelé premenné sme sa snažili implementovať len v prípade nutnosti, keď sme endogénnu premennú nevedeli dostatočne vysvetliť dostupnými predeterminovanými premennými.

Následne sme odhadli rovnaký systém rovníc aj pomocou dvojstupňovej a trojstupňovej metódy najmenších štvorcov.

Údajová základňa pochádzala prevažne z publikácie [7]. Zvyšné údaje boli získané zo zdrojov ŠÚ SR, Eurostatu ([6]), NBS. Použité dáta sú štvrťročné, z obdobia 1. štvrťrok 1994 – 2. štvrťrok 2002. Rok 1993 sme sa rozhodli vynechať, pretože údaje vzťahujúce sa na toto časové obdobie by mali skresľujúci dopad na model z dôvodu, že šlo o transformačné obdobie.

Na odhad bol použitý program EViews3. Podrobné výsledky odhadov a štatistické parametre testov sú uvedené v Prílohe.

### 6.1. Odhad jednotlivých rovníc jednoduchou metódou najmenších štvorcov

Skôr než prejdeme k odhadu jednotlivých rovníc, pristavme sa ešte pri značení, ktoré budeme používať. Exogénne premenné, ktorých logaritmus budeme potrebovať, budú vystupovať v logaritmickej tvare, to znamená vysvetľujúcou premennou nebude samotná premenná, ale priamo jej logaritmus. Endogénne premenné budú do modelu vstupovať samostatne z dôvodov, na ktoré poukazuje aj príklad v časti 3.2.

### 6.1.1. Konečná spotreba domácností

Rovnako ako pri popisovaní rovníc modelov slovenských inštitúcií, aj teraz začneme konečnou spotrebou domácností.

$$\ln(C95_t) = -0.568 + 0.835*LGDI95_t + 0.278*\ln(C95_{t-1}) + 1.380*DLE_t - 0.113*S4$$

$$\bar{R}^2 = 0.94$$

<i>C95</i>	konečná spotreba domácností, mld. Sk, s.c. 95
<i>GDI95</i>	hrubý disponibilný dôchodok, mld. Sk, s.c. 95
<i>E</i>	zamestnanosť (podľa výberového zisťovania pracovných síl), tis. osôb
<i>S4</i>	sezónny index pre 4. štvrťrok
<i>LGDI = ln(GDI)</i>	
<i>LE = ln(E)</i>	
<i>DLE = LE - LE(-1)</i>	

Spotreba domácností je najviac ovplyvňovaná výškou hrubého disponibilného dôchodku. Ako vidíme, príslušná elasticita je 0,835, čo je veľkosť percentuálnej zmeny spotreby v reakcii na percentuálnu zmenu hrubého disponibilného dôchodku. V našej rovnici ďalej vystupuje zmena počtu osôb pracujúcich v hospodárstve SR. Elasticita pri tejto premennej nám hovorí, že pri vzraste zamestnanosti o 1%, vzrastá konečná spotreba domácností viac ako proporcionálne, o 1,38%, čo je možné interpretovať aj ako určité optimistické očakávanie domácností v dôsledku zvyšovania zamestnanosti. Štatisticky významnou je premenná spotreby legovaná o jeden štvrťrok, ktorej elasticita vyjadruje, že domácnosť má tendenciu zachovávať si určitý trend spotreby z predchádzajúceho obdobia. Záporná elasticita pri sezónnej premennej poukazuje na nárast príjmov v poslednom kvartáli roka, ktorý je vyšší ako nárast konečnej spotreby domácností.

### 6.1.2. Verejná spotreba

Ako verejnú spotrebu sme uvažovali súčet konečnej spotreby verejnej správy a konečnej spotreby neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam.

$$\ln(G95_t) = 1.381 + 0.575*LSBE_t + 1.029*DLGE_t + 0.117*D1$$

$$\bar{R}^2 = 0.77$$

<i>G95</i>	verejná spotreba, mld. Sk, s.c. 95
<i>SBE</i>	výdavky štátneho rozpočtu (predelené deflátorom verejnej spotreby), mld. Sk
<i>GE</i>	zamestnanosť v štátnom sektore, tis. osôb
<i>D1</i>	umelá premenná
<i>LSBE = ln(SBE)</i>	

$$LGE = \ln(GE)$$

$$DLGE = LGE - LGE(-1)$$

Verejná spotreba sa odvíja najmä od výdavkov štátneho rozpočtu, pričom významnejšími sa ukázali byť celkové výdavky ŠR, nie bežné výdavky ŠR. Podobne ako pri modelovaní spotreby domácností, aj tu sa preukázala ako štatisticky významná zmena zamestnanosti v štátnom sektore, pričom elasticita poukazuje, že pri vzraste zamestnanosti o 1%, verejné výdavky tiež vzrastú zhruba o 1%. Umelá premenná bola v tejto rovnici potrebná, pretože zohľadnila najmä roky 1994 a 1995, keď sa vývoj verejnej spotreby nedal vysvetliť vývojom výdavkov štátneho rozpočtu, ani zmenou zamestnanosti vo verejnom sektore.

### 6.1.3. Tvorba hrubého fixného kapitálu

$$\ln(GFC95_t) = -4.054 + 1.509 * \ln(GDP95_t) + 0.177 * LCSBE_t - 0.146 * S3 + 0.283 * D2$$

$$\bar{R}^2 = 0.85$$

*GFC95* tvorba hrubého fixného kapitálu, mld. Sk, s.c. 95

*EX95* vývoz tovarov a služieb zo SR, mld. Sk, s.c. 95

*IM95* dovoz tovarov a služieb do SR, mld. Sk, s.c. 95

*CH95* zmena stavu zásob + štatistická diskrepancia, mld. Sk, s.c. 95

*CSBE* kapitálové výdavky štátneho rozpočtu (predelené deflátorom tvorby hrubého fixného kapitálu), mld. Sk

*S3* sezónny index pre tretí štvrťrok

*D2* umelá premenná

$$LCSBE = \ln(CSBE)$$

$$GDP95 = C95 + G95 + GFC95 + EX95 - IM95 + CH95$$

Tvorba hrubého fixného kapitálu je v našej rovnici determinovaná vývojom hrubého domáceho produktu a kapitálovými výdavkami štátneho rozpočtu. Významným sa ukázal byť aj sezónny index pre tretí štvrťrok poukazujúci na pokles tvorby investícií v tomto období. Do rovnice sme implementovali aj umelú premennú, ktorá vysvetľuje výrazný nárast tvorby investícií v štvrtých štvrtrokoch rokov 1996, 1997, 1998. V tomto období totiž veľká časť investícií (napríklad diaľnice) nebola financovaná zo štátneho, ale z iných častí verejného rozpočtu. Štatisticky nepreukaznými boli premenné objem úverov podnikom a obyvateľstvu, priame zahraničné investície, nominálna i reálna úroková miera.

**6.1.4. Vývoz tovarov a služieb zo SR**

$$\ln(EX95_t) = -1.361 + 0.571 * LIDC_{t-1} - 0.682 * DLR_t - 0.080 * S1$$

$$\bar{R}^2 = 0.96$$

*IDC* dovoz do rozvinutých krajín, mld. USD, s.c. 95

*R* pomer vývozných cien (deflátor vývozu) a cien v danej krajine (deflátor importu do rozvinutých krajín prenásobený indexom kurzu SKK vs. USD)

$LIDC = \ln(IDC)$

$LR = \ln(R)$

$DLR = LR - LR(-1)$

Celkový vývoz je determinovaný najmä dovozom do rozvinutých krajín, no príslušná elasticita napovedá, že pri zvýšení objemu dovážaných tovarov a služieb do krajín našich obchodných partnerov, náš dovoz nereaguje úmerne. Elasticita pri ďalšom determinujúcom ukazovateli vývoja slovenského exportu, zmene relatívneho cenového indexu celkového vývozu, je  $-0,682$ . Znamienko je teoreticky správne, pretože pri vzraste pomeru domácich a zahraničných cien, objem vývozu klesá, či už v dôsledku nárastu cenovej hladiny doma alebo jej poklesu v zahraničí. V rovnici vystupuje aj sezónna premenná vysvetľujúca mierny pokles vývozu v prvom kvartáli každého roka.

**6.1.5. Dovozy tovarov a služieb do SR**

$$\ln(IM95_t) = -5.288 - 0.187 * LERI_t + 1.789 * \ln(ED95_t) + 0.098 * S1 - 0.066 * S4$$

$$\bar{R}^2 = 0.99$$

*ERI* index výmenného kurzu SKK vs. USD, 1995=1

*S1* sezónny index pre 1. štvrťrok

*S4* sezónny index pre 4. štvrťrok

$LERI = \ln(ERI)$

$ED95 = C95 + G95 + GFC95 + EX95 = \text{efektívny dopyt SR}$

Hlavným dopytovým faktorom pre celkový dovoz na Slovensko je efektívny dopyt, t.j. súčet domáceho dopytu a dopytu zahraničia. Pokúsili sme sa vyjadriť v rovnici závislosť importu od každej z uvedených premenných zvlášť, no nedosiahli sme dostatočnú preukaznosť. So zápornou elasticitou v rovnici vystupuje index výmenného kurzu slovenskej koruny a amerického dolára. V prípade apreciacie slovenskej koruny index klesá, zahraničné výrobky sa u nás stávajú lacnejšími, a dovoz narastá. Opačne je to v prípade depreciaácie. Index výmenného kurzu vlastne zastupuje premennú, ktorá by vysvetľovala zmenu dovozu tovarov a služieb v závislosti na zmene pomeru dovozných a domácich cien.

Nepodarilo sa nám totiž do rovnice implementovať index cien priemyselných výrobcov, index domácich cien, rovnako ako aj deflátor efektívneho dopytu. Ako vysvetľujúcu premennú sme chceli použiť aj dovoznú prirážku, avšak neukázala sa byť štatisticky významnou. Sezónne indexy pre prvý a štvrtý štvrťrok nepoukazujú na nárast, resp. pokles celkového dovozu v týchto obdobiach, sú kvázi sezónnymi indexami (podobne ako sezónny index v rovnici konečnej spotreby domácností). Napríklad, kladné znamienko parametra pri sezónnom indexe pre 1. štvrťrok vyjadruje, že priemerný pokles efektívneho dopytu v tomto období je výraznejší ako priemerný pokles objemu importu.

Pre úplnosť napíšme všetky odhadnuté rovnice, doplnené o identitu pre efektívny dopyt a hrubý domáci produkt, čím dostávame prvý z troch modelov.

#### MODEL\_OLS:

$$\ln(C95_t) = -0.568 + 0.835*LGDI_t + 0.278*\ln(C95_{t-1}) + 1.380*DLE_t - 0.113*S4$$

$$\ln(G95_t) = 1.381 + 0.575*LSBE_t + 1.029*DLGE_t + 0.117*D1$$

$$\ln(GFC95_t) = -4.054 + 1.509*\ln(GDP95_t) + 0.177*LCSBE_t - 0.146*S3 + 0.283*D2$$

$$\ln(EX95_t) = -1.361 + 0.571*LIDC_{t-1} - 0.682*DLR_t - 0.080*S1$$

$$\ln(IM95_t) = -5.288 - 0.187*LERI_t + 1.789*\ln(ED95_t) + 0.098*S1 - 0.066*S4$$

$$ED95_t = C95_t + G95_t + GFC95_t + EX95_t$$

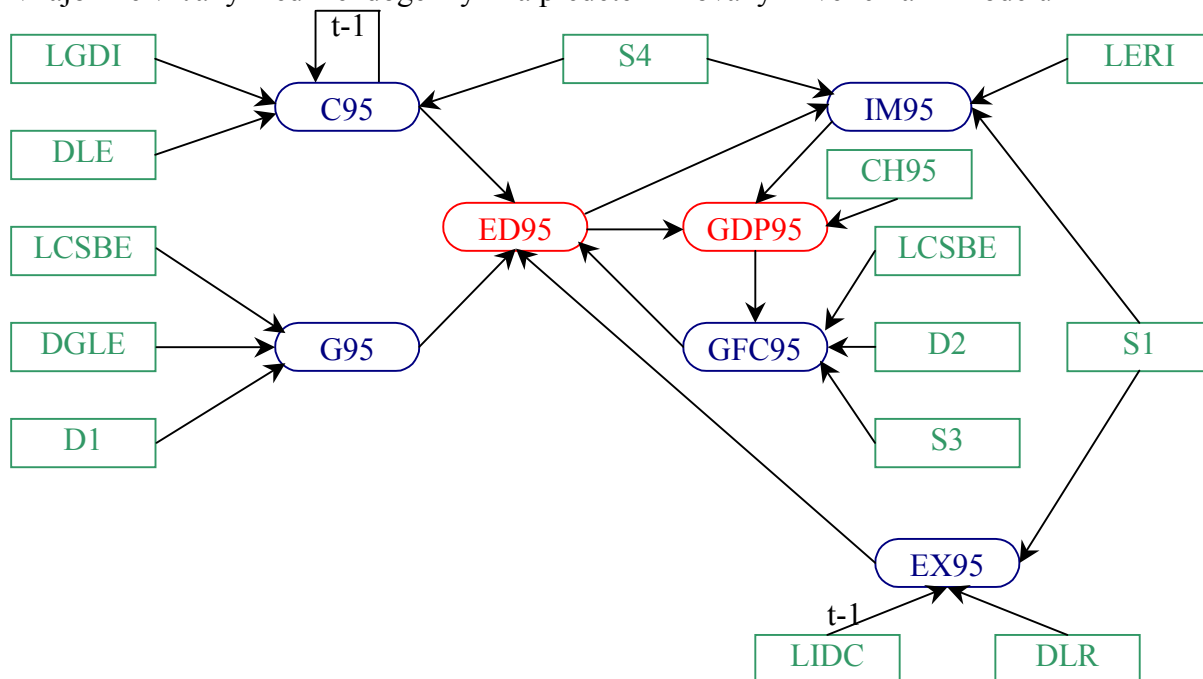
$$GDP95_t = C95_t + G95_t + GFC95_t + EX95_t - IM95_t + CH95_t = ED95_t - IM95_t + CH95_t$$

Na záver uvádzame diagram väzieb, ktorý má slúžiť na lepšie pochopenie vzájomného ovplyvňovania sa endogénnych a predeterminovaných premenných.



Diagram 6.1

Vzájomné vzťahy medzi endogénnymi a predeterminovanými veličinami modelu



— exogénna premenná — endogénna premenná — endogénna premenná určená identitou

## 6.2. Aplikácia dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov

Rovnice, s použitím rovnakých parametrov ako pri metóde najmenších štvorcov, odhadneme následne použitím dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov. Ako už bolo uvedené v teoretickej časti, výsledkom je konzistentný odhad, pričom sa využije informácia o všetkých predeterminovaných premenných modelu.

### MODEL\_2SLS:

$$\ln(C95_t) = -0.568 + 0.835*LGDI_t + 0.278*\ln(C95_{t-1}) + 1.380*DLE_t - 0.113*S4$$

$$\ln(G95_t) = 1.381 + 0.575*LSBE_t + 1.029*DLGE_t + 0.117*D1$$

$$\ln(GFC95_t) = -4.286 + 1.551*\ln(GDP95_t) + 0.189*LCSBE_t - 0.145*S3 + 0.278*D2$$

$$\ln(EX95_t) = -1.361 + 0.571*LIDC_{t-1} - 0.682*DLR_t - 0.080*S1$$

$$\ln(IM95_t) = -5.004 - 0.155*LERI_t + 1.737*\ln(ED95_t) + 0.101*S1 - 0.061*S4$$

$$ED95_t = C95_t + G95_t + GFC95_t + EX95_t$$

$$GDP95_t = ED95_t - IM95_t + CH95_t$$

Na prvý pohľad je zrejmé, že rovnice, v ktorých ako vysvetľujúce premenné vystupovali len exogénne premenné, boli odhadnuté rovnako ako pri jednoduchej metóde najmenších štvorcov. Teda zmeny elasticít premenných nastali len v rovniciach popisujúcich vývoj tvorby hrubého fixného kapitálu a dovozu výrobkov a služieb do SR. Budeme sa preto venovať len nim.

Tvorba hrubého fixného kapitálu je na základe výsledkov dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov citlivejšia ako na zmeny HDP, tak aj na zmeny kapitálových výdavkov štátneho rozpočtu, pričom sa nepatrne eliminuje vplyv sezónnosti. Naopak, v rovnici popisujúcej vývoj celkového importu, odhadnutej metódou 2SLS, sú absolútne elasticity pri nižšie, čo nasvedčuje tomu, že objem dovážaných výrobkov a služieb je odolnejší voči zmenám výmenného kurzu, aj zmene v objeme efektívneho dopytu. To svedčí o istej zotrvačnosti celkového importu na Slovensko.

### **6.3. Súčasný odhad simultánnej sústavy rovníc pomocou trojstupňovej metódy najmenších štvorcov**

Ako poslednú aplikujeme trojstupňovú metódu najmenších štvorcov. Získaný odhad by mal byť nielen konzistentný, naviac by mal využiť informáciu o matici endogénnych premenných a tiež informáciu o kovariancii náhodných chýb modelu. Samozrejme, pri chybnej špecifikácii modelu, by sa chyba vzniknutá čo i len v jednej rovnici mala preniesť do celého systému.

#### **MODEL\_3SLS:**

$$\ln(C95_t) = -0.578 + 0.866*LGDI_t + 0.249*\ln(C95_{t-1}) + 1.285*DLE_t - 0.118*S4$$

$$\ln(G95_t) = 1.165 + 0.631*LSBE_t + 0.939*DLGE_t + 0.110*D1$$

$$\ln(GFC95_t) = -4.179 + 1.527*\ln(GDP95_t) + 0.199*LCSBE_t - 0.131*S3 + 0.263*D2$$

$$\ln(EX95_t) = -1.319 + 0.567*LIDC_{t-1} - 0.551*DLR_t - 0.080*S1$$

$$\ln(IM95_t) = -5.002 - 0.156*LERI_t + 1.736*\ln(ED95_t) + 0.103*S1 - 0.058*S4$$

$$ED95_t = C95_t + G95_t + GFC95_t + EX95_t$$

$$GDP95_t = ED95_t - IM95_t + CH95_t$$

Podobne ako pri výsledkoch dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov, aj metódou 3SLS sme obdržali všetky parametre štatisticky významné. Na základe výsledkov uverejnie-

ných v prílohe môžeme usúdiť, že pôvodná špecifikácia simultánneho systému bola pravdepodobne vhodná.

V rovnici popisujúcej vývoj spotreby domácností nastala výraznejšia zmena v koeficiente pri premennej vyjadrujúcej zmenu zamestnanosti v hospodárstve SR. Metóda 3SLS vyhodnotila závislosť celkovej spotreby na tejto zmene ako menej výraznú v porovnaní s predchádzajúcimi dvoma metódami.

V rovnici, ktorá popisuje vývoj verejnej spotreby, vidíme zmenu elasticity pri výdavkoch štátneho rozpočtu, pričom jej zvýšenie o viac ako 0,05% nasvedčuje skutočnosti, ktorú by sme aj očakávali, a to že verejné výdavky sú užšie determinované výdavkami ŠR. Podobne očakávanou je aj nižšia reakcia výdavkov verejnej správy na zmenu zamestnanosti v štátnom sektore, pretože verejné výdavky spojené so zamestnanosťou vo verejnom sektore, sa týkajú takmer len mzdových výdavkov.

Odhadnuté koeficienty pri kapitálových výdavkoch ŠR v investičnej funkcii sú ešte vyššie ako tie, ktoré sme získali metódou 2SLS, zatiaľ čo veľkosť elasticity pri HDP poklesla. Sezónnosť v treťom kvartáli sa ukázala byť miernejšou ako v prípade 2SLS.

Exportná rovnica odhadnutá metódou 3SLS zaznamenala výraznú zmenu v elasticite zmeny objemu exportu na zmenu pomeru vývozných a zahraničných cien. Táto elasticita je záporná a jej vzrast 0,13% vyjadruje, že náš vývoz je menej citlivý napríklad na vzrast vývozných cien, t.j. napriek zvyšovaniu cien našich exportérov, celkový objem exportu neklesá o 0,682%, ale o 0,551%. To poukazuje na zvyšovanie konkurencieschopnosti slovenských vývozcov, ktorí nekonkurujú len cenou, ale aj kvalitou vyvázaných výrobkov a služieb.

Elasticity v dovoznej rovnici sa výrazne nelíšia od tých, ktoré sme obdržali dvojstupňovou metódou najmenších štvorcov.

#### **6.4. Štatistické porovnanie**

Podrobné štatistické parametre sú uvedené v prílohe. Priliehavosť modelu vyjadruje koeficient determinácie a adjustovaný koeficient determinácie. Nasledujúca tabuľka nám poskytuje prehľad o hodnote týchto koeficientov pre jednotlivé rovnice. Zo zvyšujúcou sa náročnosťou odhadu pozorujeme znižovanie hodnôt.

Tabuľka 6.4

Koeficienty determinácie pre jednotlivé modely a rovnice

Rovnica pre endogénnu premennú:		Model		
		OLS	2SLS	3SLS
<b>C95</b>	$R^2$	0,950787	0,950787	0,950522
	$\bar{R}^2$	0,943756	0,943756	0,943454
<b>G95</b>	$R^2$	0,787622	0,787622	0,782644
	$\bar{R}^2$	0,765652	0,765652	0,760159
<b>GFC95</b>	$R^2$	0,865293	0,864477	0,863074
	$\bar{R}^2$	0,846713	0,845117	0,843513
<b>EX95</b>	$R^2$	0,964604	0,964604	0,964106
	$\bar{R}^2$	0,960942	0,960942	0,960393
<b>IM95</b>	$R^2$	0,987803	0,987455	0,987410
	$\bar{R}^2$	0,986121	0,985663	0,985612

Teraz sa venujme štatistickej významnosti vysvetľujúcich premenných. Modely odhadnuté dvoj- a trojstupňovou metódou najmenších štvorcov vyhodnotili všetky zahrnuté premenné ako štatisticky významné. Hodnoty pravdepodobností zamietnutia nulovej hypotézy na základe hodnôt t-štatistiky (nulová hypotéza predpokladá, že príslušný parameter je rovný nule) boli v priemere najnižšie pri modeli 3SLS (viď Príloha).

Posledným faktorom, na základe ktorého modely porovnáme, je determinant variančno-kovariančnej matice rezíduí. Ten je najvyšší pri jednoduchej metóde najmenších štvorcov a najnižší pri metóde 3SLS. To svedčí o klesajúcom rozptyle náhodných porúch.

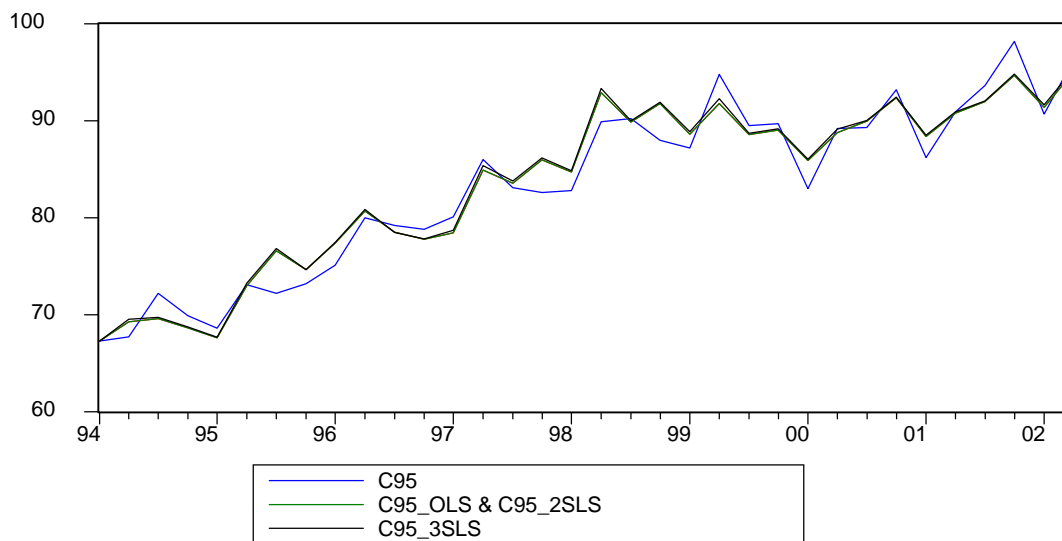
### 6.5. Dynamická simulácia ex post

V tejto časti sa zameriame na porovnanie výsledkov jednotlivých modelov. Budeme porovnávať jednotlivé rovnice a na záver vyhodnotíme aj výsledok – celkový agregátny dopyt SR, čiže hrubý domáci produkt. Na porovnanie využijeme dynamickú simuláciu ex post jednotlivých modelov. Výsledky prezentujeme graficky a aj číselne, pomocou priemeru absolútnych (budeme označovať  $O$ ) a kompenzovaných (budeme označovať  $Q$ ) odchýlok modelovaných ukazovateľov a HDP. Absolútne odchýlky od priemeru určujú presnosť modelu. Kompenzované odchýlky od priemeru poukazujú na skutočnosť, či sú simulované hodnoty vo väčšej miere nad- alebo podhodnocované voči skutočným hodnotám. Kladné znamienko kompenzovanej odchýlky znamená, že simulované hodnoty sú v priemere podhodnocované, záporné znamienko značí opak.

Pod dynamickou simuláciou ex post rozumieme vyčíslenie historických hodnôt endogénnych premenných na základe modelu, s využitím hodnôt exogénnych premenných. Dynamickosť spočíva v tom, že vysvetľujúce legované endogénne premenné nenadobúdajú historické hodnoty, ale hodnoty vypočítané v predchádzajúcom kroku.

Obrázok 6.5.1

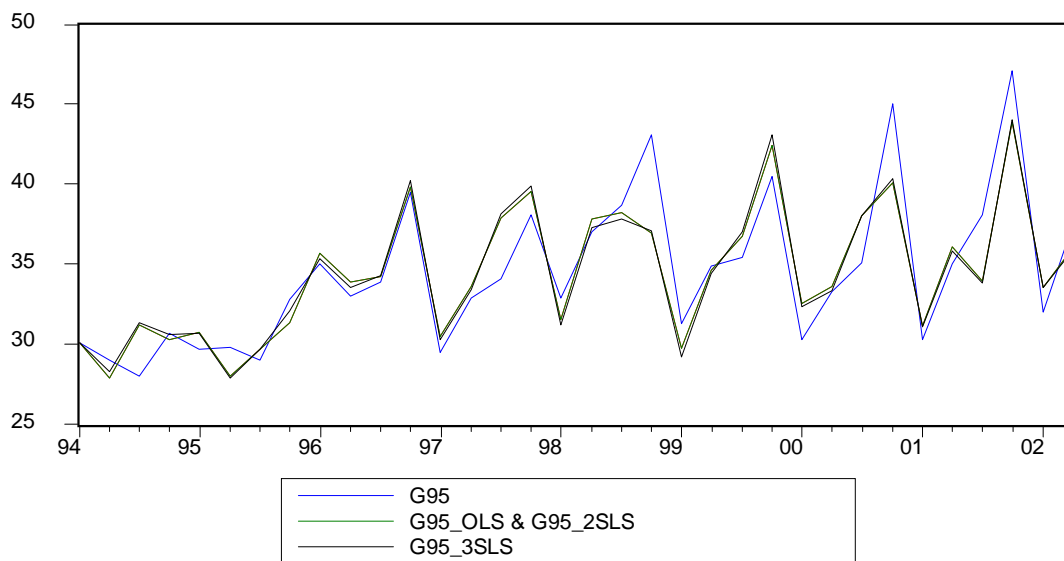
Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt konečnej spotreby domácností



$$\begin{aligned}
 O_{C95\_OLS} &= O_{C95\_2SLS} = 1,910 & Q_{C95\_OLS} &= Q_{C95\_2SLS} = -0,311 \\
 O_{C95\_3SLS} &= 1,907 & Q_{C95\_3SLS} &= -0,523
 \end{aligned}$$

Keďže rovnice jednoduchej a dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov boli zhodné v dôsledku toho, že všetky vysvetľujúce premenné boli exogénne, aj výsledok dynamickej simulácie je zhodný. Z grafu je jasne čitateľný veľmi podobný výsledok, ktorý sme dostali metódou 3SLS. Toto tvrdenie potvrdzujú aj hodnoty absolútnych odchýlok od priemeru. Z priemeru kompenzovaných odchýlok pre spotrebu domácností vyplýva nadhodnocovanie simulovaných dát oproti skutočnosti, ktoré je o niečo výraznejšie pri metóde 3SLS.

Obrázok 6.5.2

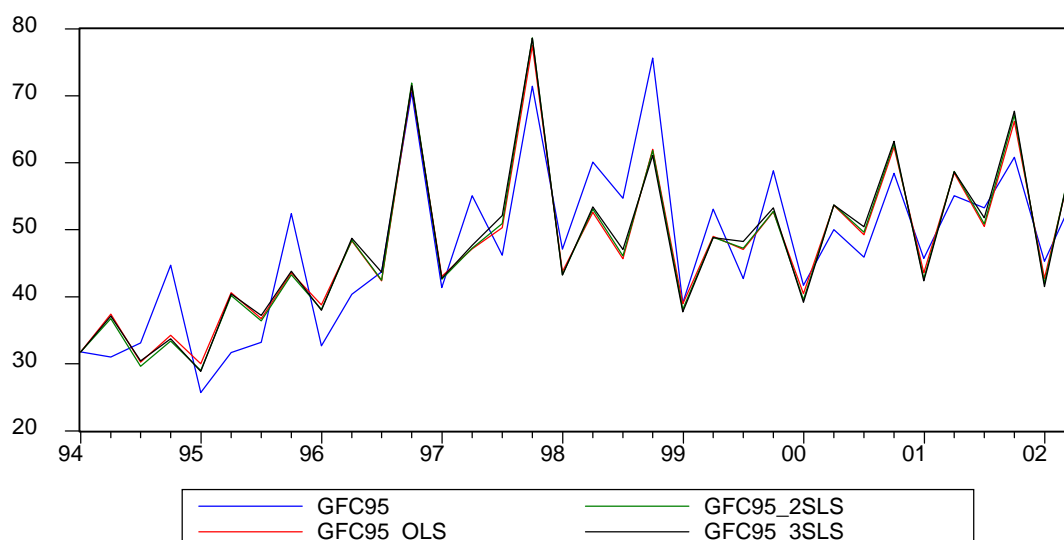
Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt verejnej spotreby

$$O_{G95\_OLS} = O_{G95\_2SLS} = 4,847 \quad Q_{G95\_OLS} = Q_{G95\_2SLS} = 0,101$$

$$O_{G95\_3SLS} = 4,818 \quad Q_{G95\_3SLS} = 0,121$$

Podobne ako v prípade konečnej spotreby domácností, aj tu máme zhodu v prípade metódy najmenších štvorcov a dvojstupňovej metódy najmenších štvorcov. Výsledok získaný metódou 3SLS je podobný. Výsledky dynamickej simulácie pre spotrebu verejnej správy sú o niečo horšie ako pre spotrebu domácností. Vysvetlenie môže prameniť aj z faktu, že rovnica konečnej spotreby domácností vysvetľovala až 94% rozptylu a rovnica verejnej spotreby len 77%. Z hodnôt kompenzovaných odchýlok od priemeru vidíme mierne podhodnocovanie nasimulovaných hodnôt verejnej spotreby voči skutočnosti vo všetkých modeloch.

Obrázok 6.5.3

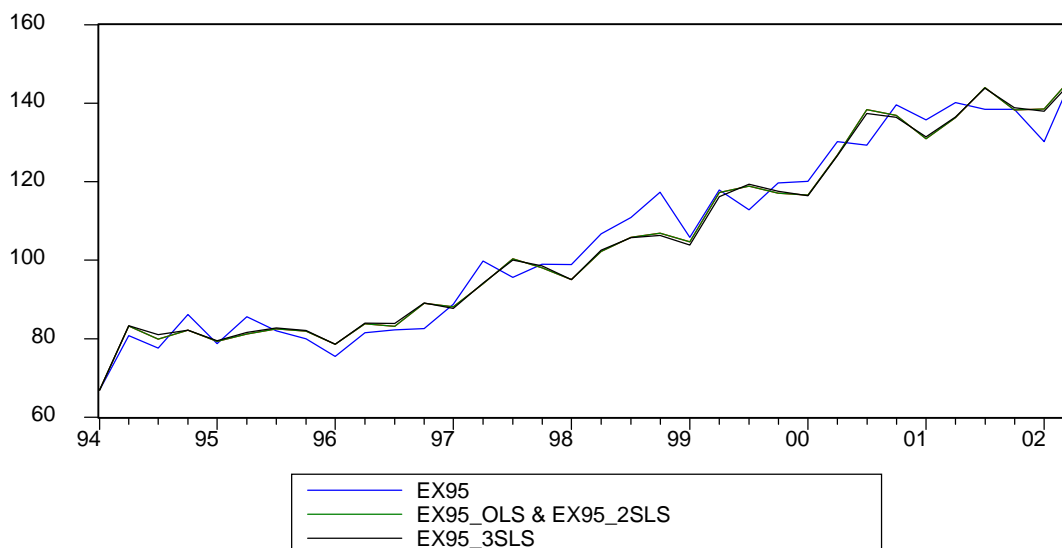
Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt tvorby hrubého fixného kapitálu

$$\begin{array}{ll}
 O_{GFC95\_OLS} = 10,297 & Q_{GFC95\_OLS} = 0,220 \\
 O_{GFC95\_2SLS} = 10,689 & Q_{GFC95\_2SLS} = 0,379 \\
 O_{GFC95\_3SLS} = 10,782 & Q_{GFC95\_3SLS} = -0,180
 \end{array}$$

Z prevedenej simulácie vidíme že špecifikácia rovnice tvorby hrubého fixného kapitálu neodhadla správne najmä dáta pochádzajúce z rokov 1994 – 1996. To sa prejavilo aj v číselnom vyjadrení priemeru absolútnych odchýlok. Relatívne najlepšie obstála jednoduchá metóda najmenších štvorcov. Kompenzované odchýlky od priemeru vyjadrujú mierne podhodnocovanie simulovaných hodnôt tvorby investícií v prvých dvoch modeloch, a naopak nadhodnocovanie v treťom modeli.

Obrázok 6.5.4

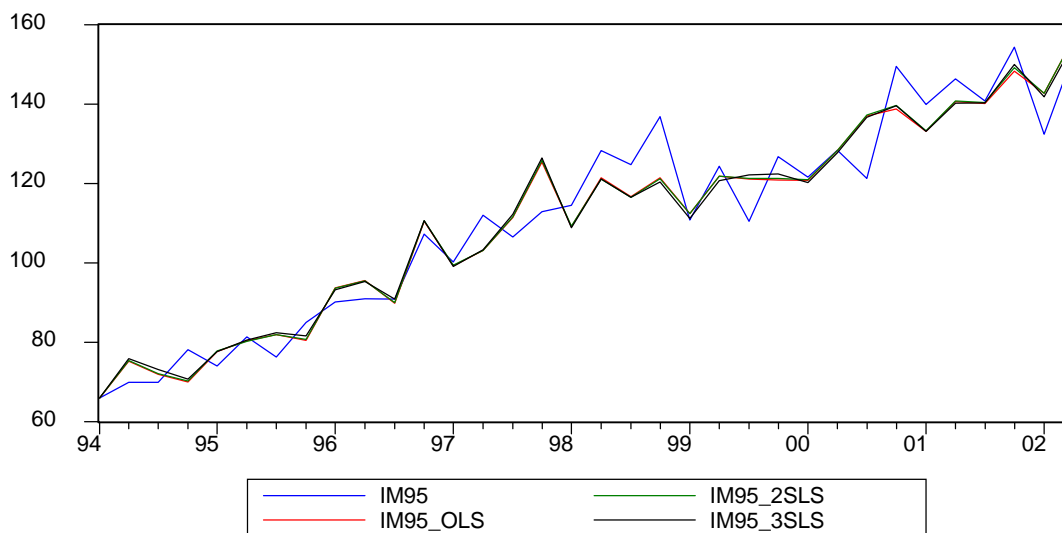
Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt celkového vývozu



$$\begin{array}{ll}
 O_{EX95\_OLS} = O_{EX95\_2SLS} = 3,312 & Q_{EX95\_OLS} = Q_{EX95\_2SLS} = 0,248 \\
 O_{EX95\_3SLS} = 3,417 & Q_{EX95\_3SLS} = 0,259
 \end{array}$$

Podobne ako v prípade konečnej spotreby domácností a verejnej spotreby, aj tu máme zhodu v prípade MNŠ a dvojstupňovej MNŠ. Výsledky, ktoré sme dostali simuláciou rovnice vývozu tretieho modelu sa opäť výrazne nelíšia od prvých dvoch. Dobré výsledky simulácie pripisujeme najmä dobrej vysvetľujúcej schopnosti pôvodnej rovnice a exogenite všetkých vysvetľujúcich premenných. Na základe hodnôt absolútnych aj kompenzovaných odchýlok od priemeru, pre rovnicu celkového vývozu mierne favorizujeme modely OLS a 2SLS.

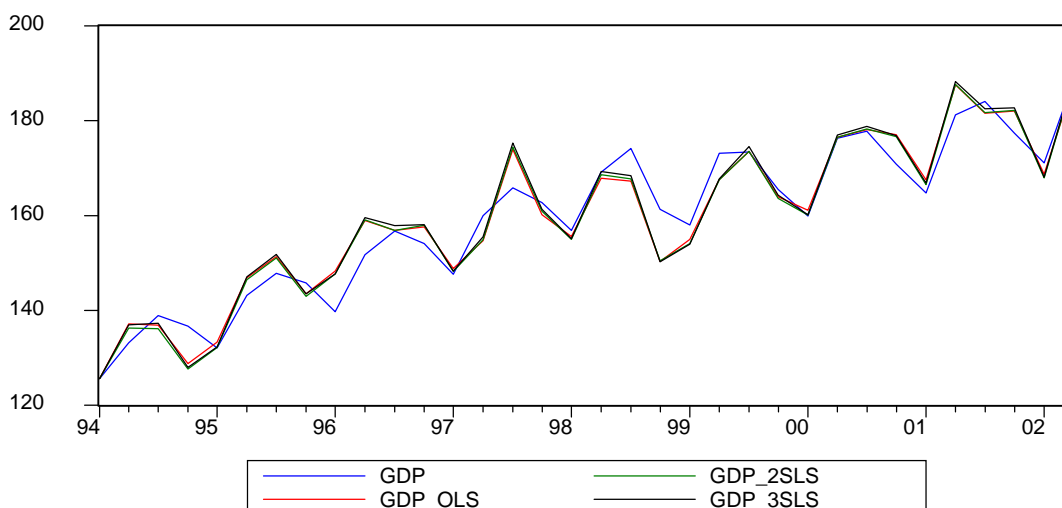
Obrázok 6.5.5

Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt celkového dovozu

$$\begin{array}{ll}
 O_{IM95\_OLS} = 5,047 & Q_{IM95\_OLS} = 0,314 \\
 O_{IM95\_2SLS} = 5,005 & Q_{IM95\_2SLS} = 0,199 \\
 O_{IM95\_3SLS} = 4,992 & Q_{IM95\_3SLS} = 0,222
 \end{array}$$

Z porovnania hodnôt absolútnych odchýlok sa relatívne najlepšou ukazuje byť troj-  
stupňová metóda najmenších štvorcov. Kompenzované odchýlky pritom potvrdzujú skutoč-  
nosť o priemernom podhodnocovaní importu v modeloch.

Obrázok 6.5.6

Porovnanie skutočných a simulovaných hodnôt hrubého domáceho produktu

$$\begin{array}{ll}
 O_{GDP95\_OLS} = 2,244 & O_{GDP95\_OLS} = -0,131 \\
 O_{GDP95\_2SLS} = 2,197 & O_{GDP95\_2SLS} = -0,002 \\
 O_{GDP95\_3SLS} = 2,258 & O_{GDP95\_3SLS} = -0,284
 \end{array}$$



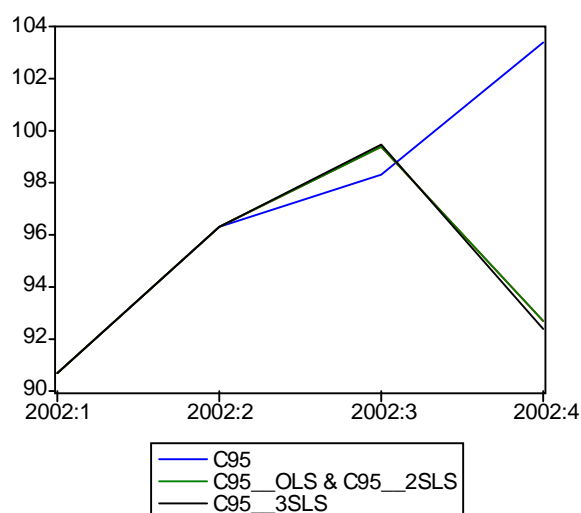
Z výsledkov vidíme, že je veľmi ťažké rozhodnúť, ktorá metóda je najlepšia. Všetky tri metódy odhadu nám totiž poskytli podobné výsledky. Z grafov sú rozdiely takmer nebadané. Jediným nástrojom sú pre nás číselné vyjadrenia odchýlok od skutočnosti. Do úvahy zoberieme aj identitu pre HDP. Obyčajná metóda najmenších štvorcov dosiahla najnižšie hodnoty absolútnych odchýlok od priemeru v dvoch rovniciach, dvojstupňová metóda najmenších štvorcov v troch (z toho v jednom prípade, keď sa zhodovali). Metóda 3SLS bola takto vyhodnotená trikrát. Čo sa týka kompenzovaných odchýlok od priemeru, tam jednoznačne dominuje metóda 2SLS. Hodnoty jej kompenzovaných odchýlok boli najbližšie k nule vo všetkých rovniciach okrem jednej: investičnej rovnice. Odsimulované hodnoty boli v priemere nadhodnotené v dvoch rovniciach získaných metódami OLS a 2SLS, v štyroch rovniciach boli podhodnotené. Trojstupňová metóda najmenších štvorcov v troch rovniciach podhodnocovala skutočné údaje, a v troch ich nadhodnocovala.

Z uvedeného porovnania sa dvojstupňová metóda javí byť najlepšou.

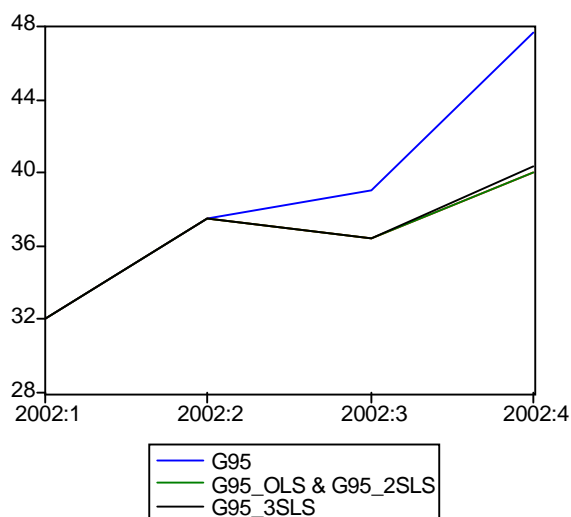
### 6.6 *Predpoveď ex post pre tretí a štvrtý štvrťrok 2002. Porovnanie so skutočnosťou*

Predpoveď bola uskutočnená na základe dynamickej simulácie, pričom ako vstupné endogénne dáta vstupovali údaje z 2. štvrťroku 2002 a exogénne údaje z druhých dvoch štvrťrokov. Vypočítané boli predpovede endogénnych premenných pre 3. a 4. štvrťrok 2002 pre všetky tri modely. Rozdiely sú znázornené graficky.

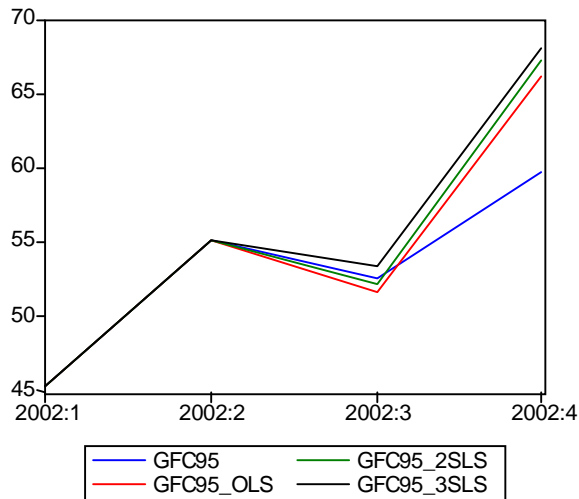
Obrázok 6.6.1  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
konečnej spotreby domácností



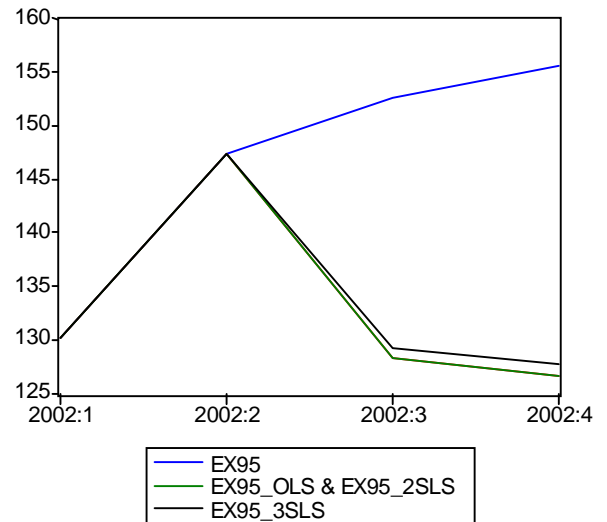
Obrázok 6.6.2  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
verejnej spotreby



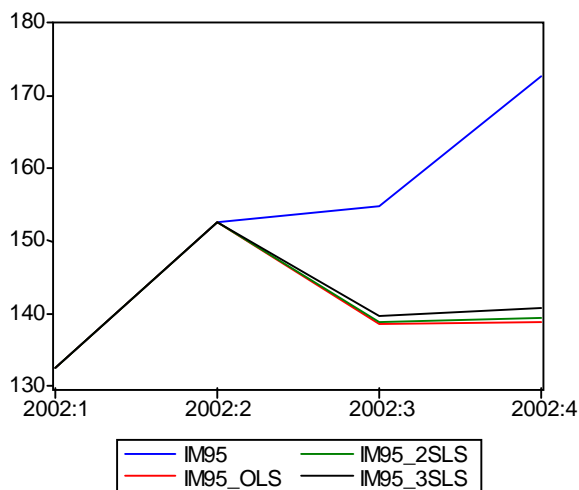
Obrázok 6.6.3  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
tvorby hrubého fixného kapitálu



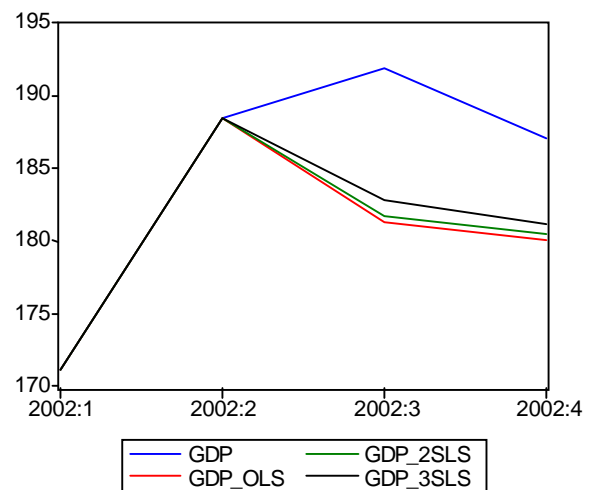
Obrázok 6.6.4  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
celkového vývozu



Obrázok 6.6.5  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
celkového dovozu



Obrázok 6.6.6  
Porovnanie skutočných a ex post  
prognózovaných hodnôt  
hrubého domáceho produktu



Pre lepšiu názornosť sme opäť vypočítali absolútne (O) a kompenzované (Q) odchýlky od skutočnosti. V nasledujúcej tabuľke sú uvedené skutočné a odsimulované hodnoty jednotlivých premenných pomocou všetkých modelov a percentuálne odchýlky.

Tabuľka 6.6.1

Absolútne a kompenzované odchýlky od skutočnosti pre premenné C95, G95 a GFC95

Skutočné hodnoty	Odhadý modelov			
	Odchýlky	OLS	2SLS	3SLS
<b>C95</b>				
98,3		99,36	99,36	99,41
103,4		92,68	92,68	92,40
	<i>O</i>	5,84	5,84	6,01
	<i>Q</i>	4,79	4,79	4,90
<b>G95</b>				
39		36,44	36,44	36,35
47,7		39,99	39,99	40,32
	<i>O</i>	11,85	11,85	11,56
	<i>Q</i>	11,85	11,85	11,56
<b>GFC95</b>				
52,60		51,62	52,22	53,37
59,80		66,18	67,36	68,10
	<i>O</i>	6,55	7,07	8,07
	<i>Q</i>	-4,80	-6,39	-8,07

Tabuľka 6.6.2

Absolútne a kompenzované odchýlky od skutočnosti pre premenné EX95, IM95 a GDP95

Skutočné hodnoty	Odhadý modelov			
	Odchýlky	OLS	2SLS	3SLS
<b>EX95</b>				
152,50		128,24	128,24	129,12
155,50		126,64	126,64	127,75
	<i>O</i>	17,25	17,25	16,60
	<i>Q</i>	17,25	17,25	16,60
<b>IM95</b>				
154,70		138,59	138,73	139,68
172,70		138,74	139,48	140,72
	<i>O</i>	15,29	15,03	14,36
	<i>Q</i>	15,29	15,03	14,36
<b>GDP95</b>				
191,90		181,26	181,73	182,78
187,00		180,05	180,50	181,14
	<i>O</i>	4,64	4,40	3,95
	<i>Q</i>	4,64	4,40	3,95

Naše modely jednoznačne podhodnotili vývoj spotreby domácností v poslednom štvrtroku 2002. Je to spôsobené tým, že v modeli chýba umelá premenná, ktorá by vysvetľovala zvýšený dopyt domácností. Tie sa v tomto období predzásobovali, keďže očakávali ohlásený balíček ekonomických opatrení v roku 2003. Verejná spotreba bola v skutočnosti výrazne vyššia ako ju ex post prognózovali naše modely. Vysvetlenie je možné jednak z dôvodu menšej vysvetľujúcej sily špecifikovanej rovnice, jednak aj populistickými opatreniami vlády v súvislosti s voľbami. K 1. júlu sa o 5% zdvihli dôchodky, vzrástli životné minimá, a prídavky na deti sa začali poskytovať všetkým deťom bez ohľadu na príjem rodičov. V investičnej rovnici vidíme odklon od skutočných hodnôt len v 4. štvrtroku. V druhej polovici roka 2002 nastalo oživenie nášho exportu, čo naše modely nedokázali zachytiť. Import bol podhodnotený z rovnakých dôvodov ako konečná spotreba domácností. Výsledkom je podhodnotenie hrubého domáceho produktu.

Čo sa týka jednotlivých modelov, najlepšie výsledky sme dostali metódou 3SLS, ktorou sme s výnimkou rovníc pre spotrebu domácností a investičnej rovnice dostali najmenšie hodnoty absolútnych odchýlok od skutočnosti.

## Záver

V práci sme definovali problém odhadu simultánneho systému rovníc a popísali metódy jeho riešenia. Cieľom bolo navrhnúť simultánnu sústavu rovníc pozostávajúcu z funkcií popisujúcich vývoj zložiek agregátneho dopytu. Preto sme sa najskôr venovali vývoju HDP a jeho komponentov z dopytovej strany za obdobie od roku 1993. V ďalšej časti sme zhrnuli adekvátnu ekonomickú teóriu a popísali už skonštruované rovnice pochádzajúce z modelov vytvorených INFOSTATom, NBS a ÚSSE SAV. V praktickej časti sme zostrojili vlastný model a odhadli ho jednoduchou, dvojstupňovou a trojstupňovou metódou najmenších štvorcov. Dosiahnuté výsledky sme porovnali zo štatistického hľadiska. Porovnanie sme uskutočnili aj pomocou dynamickej analýzy a prognózy ex post.

Na základe porovnaní môžeme skonštatovať, že nevieme jednoznačne uprednostniť niektorú z metód. Výsledky, ktoré sú v práci prezentované, majú veľa podobného. Dôvodom je, že tri z piatich endogénnych premenných sú determinované exogénne. No vďaka tomu, že do zvyšných dvoch rovníc vstupujú agregáty endogénnych premenných, pozorujeme aj rozdiely. Teoreticky by mala najlepšie obstáť trojstupňová metóda najmenších štvorcov. Štatistické ukazovatele nasvedčujú tomu, že model bol správne špecifikovaný, a teda systémová metóda by mala poskytnúť najpresnejší odhad štrukturálnych parametrov modelu pri najnižšom rozptyle náhodných chýb. Presnejšie výsledky by sme očakávali najmä v prípade investičnej a dovoznej rovnice, v ktorých ako vysvetľujúce premenné vystupujú aj endogénne veličiny. Analýza rovníc pomocou dynamickej simulácie ex post ukázala, že rovnica pre tvorbu hrubého fixného kapitálu odhadnutá trojstupňovou metódou, sa od skutočných hodnôt odchýlila viac ako v prípade zvyšných dvoch metód. Aj prognóza ex post vyhodnotila v prípade investičnej funkcie trojstupňovú metódu horšie ako zvyšné dve metódy.

Modelovanie funkcie pre investičný dopyt je z ekonometrického hľadiska problematické. Absencia časových radov vysvetľujúcich premenných (žadúca zásoba kapitálu, objem úverov medzi podnikmi,...), nedostatočná štatistická preukaznosť dostupných veličín, ktoré by podľa teórie mali vplyvať na tvorbu hrubého fixného kapitálu (úroková miera, vytvorený zisk), to všetko môžu byť príčiny nami dosiahnutých výsledkov.

Komplexný makroekonomický model zvyčajne obsahuje veľké množstvo rovníc, v ktorých vzájomné ovplyvňovanie sa endogénnych a exogénnych premenných je oveľa zložitejšie ako v našom prípade. S narastajúcim množstvom premenných rastie aj výpočtová náročnosť. Aj na základe našich skúseností môžeme skonštatovať, že rozdiely nie sú až také výrazné, aby bolo nutné použiť systémovú metódu, napriek jej pozitívam. Najvhodnejšou by

mohla byť dvojstupňová metóda najmenších štvorcov, ktorá nám na rozdiel od obvyčajnej metódy najmenších štvorcov poskytuje konzistentný odhad a je relatívne jednoduchá.

Cieľom práce bolo, okrem porovnania metód odhadu, zostrojiť dobrý model vývoja agregátneho dopytu. O tom, že sa nám to čiastočne podarilo, svedčí prevedená prognóza ex post za tretí a štvrtý štvrťrok 2002, keď priemerná absolútna odchýlka systému rovníc (s výnimkou identity HDP) dosahovala hodnotu 11,3 – 11,4% (pri konečnej spotrebe domácností len 4,8 – 4,9%). Samotný agregátny dopyt bol našimi modelmi prognózovaný s odchýlkou 4,0 – 4,6%.

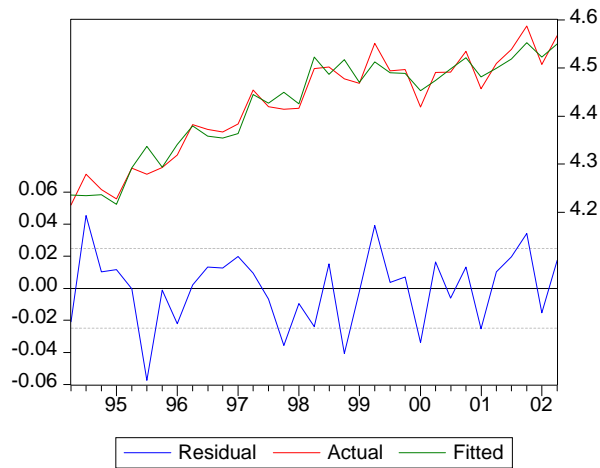
**Literatúra**

- [1] Handbook of Econometrics, Z. Griliches, M. D. Intriligator, North-Holland, 1983
- [2] Štvrtročný ekonometrický model slovenskej ekonomiky QEM-ECM-1.0, J. Haluška, M. Olexa, J. Orságová, Ekonomický časopis 5 /2001
- [3] Ekonometrické metódy II, M. Hatrák, Ekonóm, 1985
- [4] Systém prognózovania v Slovenskej republike, V. Páleník, J. Haluška, A. Klas, I. Okáli, Ekonomický ústav SAV, 1995
- [5] Modelovanie príjmov a spotreby obyvateľstva SR, J. Huček, Diplomová práca, 2002
- [6] Monthly Bulletin of Statistics, Eurostat, 2002
- [7] Makroekonomické ukazovatele štvrtročných národných účtov a pridaná hodnota, ŠÚ SR, 2002
- [8] Ekonometrický model zahraničného obchodu SR, T. Krasul'ová, Diplomová práca, 2000
- [9] Ekonometrické modelovanie zahraničného obchodu SR, K. Krivanská, Diplomová práca, 2002
- [10] Econometric Model NBS, M. Gavura, M. Tkáč, NBS, 1999
- [11] Ekonometrický model ISWE00q4, V. Páleník, J. Vokoun, V. Kvetan, ÚSSE SAV, 2000
- [12] Manual Eviews 3.1, Ch. Nagstrup, Handelshøjskolen I Århus, 2001
- [13] Eviews3 Help System
- [14] Makroekonomika a nová makroekonomika, B. Felderer, S. Homburg, Elita, 1995
- [15] Hospodárska politika na Slovensku 1990 – 1999, A. Marcinčin, M. Beblavý, Centrum pre spoločenskú a mediálnu analýzu & Slovak Foreign Policy Association & INEKO, 2000
- [16] Národné účty, Makroekonomické ukazovatele štvrtročných národných účtov a pridaná hodnota, ŠÚ SR, 2002

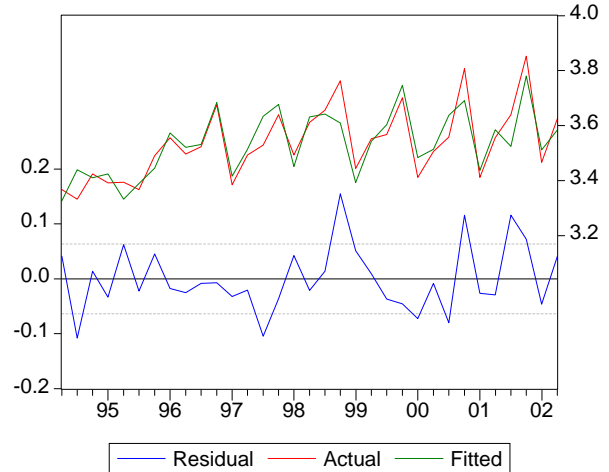
## Príloha

## 1. Grafy skutočných, fitovaných hodnôt a reziduálov pri prvotnom odhade rovníc metódou najmenších štvorcov

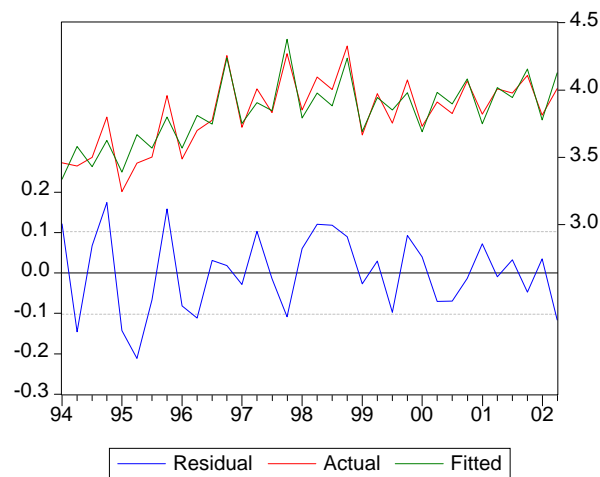
Konečná spotreba domácností



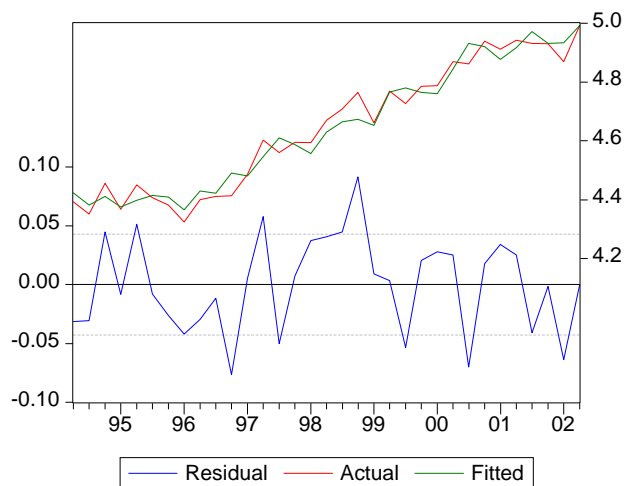
Verejná spotreba



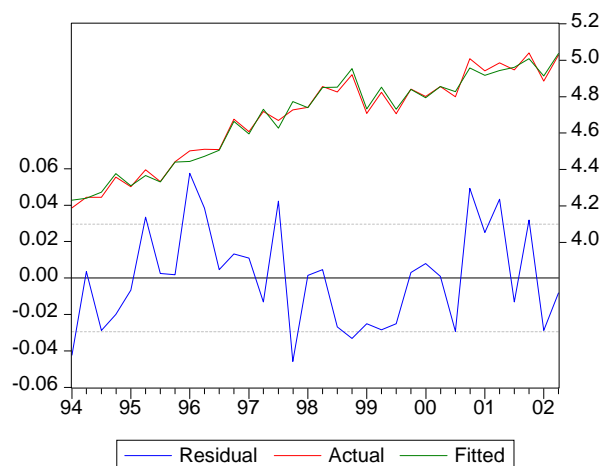
Tvorba hrubého fixného kapitálu



Celkový vývoz



## Celkový dovoz



## 2. Model odhadnutý obyčajnou metódou najmenších štvorcov

System: SYS01

Estimation Method: Least Squares

Date: 03/23/03 Ti-  
me: 22:23

Sample: 1994:1 2002:2

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.568310	0.222771	-2.551097	0.0118
C(2)	0.834512	0.101475	8.223833	0.0000
C(3)	0.278047	0.090376	3.076562	0.0025
C(4)	1.380120	0.576171	2.395331	0.0179
C(5)	-0.113021	0.016176	-6.986871	0.0000
C(6)	1.381433	0.311632	4.432903	0.0000
C(7)	0.574638	0.081676	7.035600	0.0000
C(8)	1.029265	0.267416	3.848927	0.0002
C(9)	0.116740	0.020268	5.759830	0.0000
C(10)	-4.054348	0.915339	-4.429342	0.0000
C(11)	1.509294	0.183966	8.204202	0.0000
C(12)	0.177498	0.039807	4.458998	0.0000
C(13)	-0.146490	0.043550	-3.363706	0.0010
C(14)	0.282933	0.073753	3.836233	0.0002
C(15)	-1.360822	0.217289	-6.262726	0.0000
C(16)	0.571164	0.020595	27.73373	0.0000
C(17)	-0.682149	0.225014	-3.031587	0.0029
C(18)	-0.080011	0.017878	-4.475345	0.0000
C(19)	-5.287567	0.364970	-14.48766	0.0000
C(20)	-0.187052	0.055593	-3.364703	0.0010
C(21)	1.789007	0.067198	26.62284	0.0000
C(22)	0.098370	0.013156	7.477081	0.0000
C(23)	-0.065612	0.013865	-4.732215	0.0000

Determinant residual covariance 1.35E-14

Equation:  $\text{LOG}(C95)=C(1)+C(2)*\text{LGDI}+C(3)*\text{LOG}(C95(-1))+C(4)*\text{DLE}+C(5)*S4$ 

Observations: 33

R-squared	0.950787	Mean dependent var	4.422876
Adjusted R-squared	0.943756	S.D. dependent var	0.104774
S.E. of regression	0.024848	Sum squared resid	0.017288



Durbin-Watson stat	2.099630		
Equation: $\text{LOG}(G95)=C(6)+C(7)*\text{LSBE}+C(8)*\text{DLGE}+C(9)*D1$			
Observations: 33			
-----			
R-squared	0.787622	Mean dependent var	3.535897
Adjusted R-squared	0.765652	S.D. dependent var	0.131337
S.E. of regression	0.063579	Sum squared resid	0.117228
Durbin-Watson stat	2.009265		
Equation: $\text{LOG}(GFC95)=C(10)+C(11)*\text{LOG}(C95+G95+GFC95+EX95$ $-\text{IM95}+CH)+C(12)*\text{LCSBE}+C(13)*S3+C(14)*D2$			
Observations: 34			
-----			
R-squared	0.865293	Mean dependent var	3.836109
Adjusted R-squared	0.846713	S.D. dependent var	0.261478
S.E. of regression	0.102374	Sum squared resid	0.303930
Durbin-Watson stat	1.966740		
Equation: $\text{LOG}(EX95)=C(15)+C(16)*\text{LIDC}(-1)+C(17)*\text{DLR}+C(18)*S1$			
Observations: 33			
-----			
R-squared	0.964604	Mean dependent var	4.645853
Adjusted R-squared	0.960942	S.D. dependent var	0.216236
S.E. of regression	0.042735	Sum squared resid	0.052962
Durbin-Watson stat	1.795366		
Equation: $\text{LOG}(IM95)=C(19)+C(20)*\text{LERI}+C(21)*\text{LOG}(C95+G95+GFC95$ $+EX95)+C(22)*S1+C(23)*S4$			
Observations: 34			
-----			
R-squared	0.987803	Mean dependent var	4.680863
Adjusted R-squared	0.986121	S.D. dependent var	0.250238
S.E. of regression	0.029480	Sum squared resid	0.025204
Durbin-Watson stat	1.730827		

### 3. Model odhadnutý dvojestupňovou metódou najmenších štvorcov

System: SYS01

Estimation Method: Two-Stage Least Squares

Date: 03/23/03 Ti-

me: 22:23

Sample: 1994:1 2002:2

Instruments: LGDI LOG(C95(-1)) DLE LSBE DLGE D1 D2 LCSBE LERI

LIDC(-1) DLR CH S1 S3 S4 C

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.568310	0.222771	-2.551097	0.0118
C(2)	0.834512	0.101475	8.223833	0.0000
C(3)	0.278047	0.090376	3.076562	0.0025
C(4)	1.380120	0.576171	2.395331	0.0179
C(5)	-0.113021	0.016176	-6.986871	0.0000
C(6)	1.381433	0.311632	4.432903	0.0000
C(7)	0.574638	0.081676	7.035600	0.0000
C(8)	1.029265	0.267416	3.848927	0.0002
C(9)	0.116740	0.020268	5.759830	0.0000
C(10)	-4.285952	0.971766	-4.410477	0.0000
C(11)	1.551074	0.194051	7.993117	0.0000

C(12)	0.188630	0.039876	4.730403	0.0000
C(13)	-0.145166	0.042996	-3.376276	0.0009
C(14)	0.277519	0.072863	3.808796	0.0002
C(15)	-1.360822	0.217289	-6.262726	0.0000
C(16)	0.571164	0.020595	27.73373	0.0000
C(17)	-0.682149	0.225014	-3.031587	0.0029
C(18)	-0.080011	0.017878	-4.475345	0.0000
C(19)	-5.003975	0.399900	-12.51307	0.0000
C(20)	-0.154835	0.058202	-2.660316	0.0087
C(21)	1.736987	0.073585	23.60520	0.0000
C(22)	0.100838	0.012881	7.828713	0.0000
C(23)	-0.061244	0.013730	-4.460430	0.0000
Determinant residual covariance		1.25E-14		
Equation: $\text{LOG}(C95)=C(1)+C(2)*\text{LGDI}+C(3)*\text{LOG}(C95(-1))+C(4)*\text{DLE}+C(5)*S4$				
Observations: 33				
-----				
R-squared	0.950787	Mean dependent var	4.422876	
Adjusted R-squared	0.943756	S.D. dependent var	0.104774	
S.E. of regression	0.024848	Sum squared resid	0.017288	
Durbin-Watson stat	2.099630			
Equation: $\text{LOG}(G95)=C(6)+C(7)*\text{LSBE}+C(8)*\text{DLGE}+C(9)*\text{D1}$				
Observations: 33				
-----				
R-squared	0.787622	Mean dependent var	3.535897	
Adjusted R-squared	0.765652	S.D. dependent var	0.131337	
S.E. of regression	0.063579	Sum squared resid	0.117228	
Durbin-Watson stat	2.009265			
Equation: $\text{LOG}(GFC95)=C(10)+C(11)*\text{LOG}(C95+G95+GFC95+EX95-IM95+CH)+C(12)*\text{LCSBE}+C(13)*S3+C(14)*\text{D2}$				
Observations: 33				
-----				
R-squared	0.864477	Mean dependent var	3.847522	
Adjusted R-squared	0.845117	S.D. dependent var	0.256787	
S.E. of regression	0.101059	Sum squared resid	0.285962	
Durbin-Watson stat	1.846689			
Equation: $\text{LOG}(EX95)=C(15)+C(16)*\text{LIDC}(-1)+C(17)*\text{DLR}+C(18)*S1$				
Observations: 33				
-----				
R-squared	0.964604	Mean dependent var	4.645853	
Adjusted R-squared	0.960942	S.D. dependent var	0.216236	
S.E. of regression	0.042735	Sum squared resid	0.052962	
Durbin-Watson stat	1.795366			
Equation: $\text{LOG}(IM95)=C(19)+C(20)*\text{LERI}+C(21)*\text{LOG}(C95+G95+GFC95+EX95)+C(22)*S1+C(23)*S4$				
Observations: 33				
-----				
R-squared	0.987455	Mean dependent var	4.695748	
Adjusted R-squared	0.985663	S.D. dependent var	0.238342	
S.E. of regression	0.028538	Sum squared resid	0.022804	
Durbin-Watson stat	1.817269			

#### 4. Model odhadnutý trojstupňovou metódou najmenších štvorcov

System: SYS01

Estimation Method: Three-Stage Least Squares

Date: 03/23/03 Time: 22:24

Sample: 1994:1 2002:2

Instruments: LGDI LOG(C95(-1)) DLE LSBE DLGE D1 D2 LCSBE LERI  
LIDC(-1) DLR CH S1 S3 S4 C

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.578441	0.204342	-2.830751	0.0053
C(2)	0.865568	0.092252	9.382603	0.0000
C(3)	0.248657	0.082194	3.025237	0.0029
C(4)	1.284764	0.523271	2.455254	0.0153
C(5)	-0.118439	0.014686	-8.064528	0.0000
C(6)	1.164629	0.274637	4.240606	0.0000
C(7)	0.630963	0.072017	8.761252	0.0000
C(8)	0.939158	0.232652	4.036742	0.0001
C(9)	0.109686	0.017653	6.213328	0.0000
C(10)	-4.179111	0.887624	-4.708198	0.0000
C(11)	1.526536	0.177195	8.615028	0.0000
C(12)	0.199427	0.035060	5.688185	0.0000
C(13)	-0.131414	0.036758	-3.575079	0.0005
C(14)	0.263436	0.061797	4.262952	0.0000
C(15)	-1.319012	0.189615	-6.956273	0.0000
C(16)	0.567148	0.017980	31.54364	0.0000
C(17)	-0.551075	0.182126	-3.025792	0.0029
C(18)	-0.079721	0.015391	-5.179634	0.0000
C(19)	-5.001657	0.362352	-13.80333	0.0000
C(20)	-0.156122	0.052458	-2.976154	0.0034
C(21)	1.736363	0.066656	26.04954	0.0000
C(22)	0.103426	0.011682	8.853690	0.0000
C(23)	-0.057775	0.012422	-4.651157	0.0000

Determinant residual covariance 1.16E-14

Equation:  $\text{LOG}(C95)=C(1)+C(2)*\text{LGDI}+C(3)*\text{LOG}(C95(-1))+C(4)*\text{DLE}+C(5)*S4$ 

Observations: 33

R-squared	0.950522	Mean dependent var	4.422876
Adjusted R-squared	0.943454	S.D. dependent var	0.104774
S.E. of regression	0.024915	Sum squared resid	0.017381
Durbin-Watson stat	2.057949		

Equation:  $\text{LOG}(G95)=C(6)+C(7)*\text{LSBE}+C(8)*\text{DLGE}+C(9)*D1$ 

Observations: 33

R-squared	0.782644	Mean dependent var	3.535897
Adjusted R-squared	0.760159	S.D. dependent var	0.131337
S.E. of regression	0.064320	Sum squared resid	0.119976
Durbin-Watson stat	1.849333		

Equation:  $\text{LOG}(GFC95)=C(10)+C(11)*\text{LOG}(C95+G95+GFC95+EX95-IM95+CH)+C(12)*\text{LCSBE}+C(13)*S3+C(14)*D2$ 

Observations: 33

R-squared	0.863074	Mean dependent var	3.847522
Adjusted R-squared	0.843513	S.D. dependent var	0.256787

S.E. of regression	0.101581	Sum squared resid	0.288923
Durbin-Watson stat	1.851589		

Equation:  $\text{LOG}(\text{EX95})=\text{C}(15)+\text{C}(16)*\text{LIDC}(-1)+\text{C}(17)*\text{DLR}+\text{C}(18)*\text{S1}$   
 Observations: 33

R-squared	0.964106	Mean dependent var	4.645853
Adjusted R-squared	0.960393	S.D. dependent var	0.216236
S.E. of regression	0.043034	Sum squared resid	0.053706
Durbin-Watson stat	1.736571		

Equation:  $\text{LOG}(\text{IM95})=\text{C}(19)+\text{C}(20)*\text{LERI}+\text{C}(21)*\text{LOG}(\text{C95}+\text{G95}+\text{GFC95}+\text{EX95})+\text{C}(22)*\text{S1}+\text{C}(23)*\text{S4}$   
 Observations: 33

R-squared	0.987410	Mean dependent var	4.695748
Adjusted R-squared	0.985612	S.D. dependent var	0.238342
S.E. of regression	0.028589	Sum squared resid	0.022886
Durbin-Watson stat	1.814613		

## 5. Porovnanie modelov podľa pravdepodobností zamietnutia hypotézy, že príslušný parameter je rovný 0

	Prob.(OLS)	Prob.(2SLS)	Prob.(3SLS)
C(1)	0.0117823172022	0.0117972911426	0.00531815433625
C(2)	1.05664378922e-13	1.13144929733e-13	1.42628807687e-16
C(3)	0.00250691318176	0.0025130175145	0.00294989247275
C(4)	0.0178907331767	0.0179090665055	0.0152864870045
C(5)	9.63066887324e-11	1.0033316751e-10	2.774885088e-13
C(6)	1.83107085261e-05	1.84720509586e-05	3.99660871696e-05
C(7)	7.42852690248e-11	7.74629201809e-11	5.27049910923e-15
C(8)	0.000177798479632	0.000178751090945	8.82653327514e-05
C(9)	4.90599689803e-08	5.0132430096e-08	5.42232293311e-09
C(10)	1.85787060331e-05	2.02359612274e-05	5.88050939602e-06
C(11)	1.18111830811e-13	4.14045651389e-13	1.22089744616e-14
C(12)	1.6457680043e-05	5.3512950254e-06	7.06253515713e-08
C(13)	0.000985565156986	0.0009479829635	0.000479019556869
C(14)	0.000186335286391	0.000207199798643	3.65817637424e-05
C(15)	4.11310368172e-09	4.23253702176e-09	1.17981537877e-10
C(16)	1.26310694089e-59	3.48753865498e-59	5.09357565823e-66
C(17)	0.00288560452366	0.00289227787339	0.00294481036252
C(18)	1.53902902985e-05	1.55305124051e-05	7.47366427433e-07
C(19)	6.55856515358e-30	1.11171201096e-24	5.08229144849e-28
C(20)	0.000982274159837	0.00870491386692	0.00343220038108
C(21)	1.75214684487e-57	5.23709527352e-51	5.96497034919e-56
C(22)	6.8211262594e-12	1.03536400855e-12	3.09278455289e-15
C(23)	5.25202305998e-06	1.65086846517e-05	7.48245553737e-06