

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského



Ústav aplikovanej matematiky

Investičné životné poistenie

Diplomová práca

Diplomant: Stanislav Jurčík

Vedúci diplomovej práce: doc. RNDr. Rastislav Potocký, CSc.

Bratislava 2003

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave, 4. apríla 2003

Úprimne ďakujem svojmu diplomovému vedúcemu za cenný čas, ktorý mi venoval pri príprave diplomovej práce a za poskytnuté vedomosti z oblasti poisťovníctva.

Taktiež chcem poďakovať kolegom v mojej práci za sprostredkovanie profesionálnych skúseností v obore a poskytnutie tých vedomostí, ktoré sa v bežnej literatúre nenachádzajú.

V neposlednom rade chcem poďakovať svojej rodine, spolubývajúcim a priateľke za podporu a pochopenie v neľahkom období, keď som sa plne venoval diplomovej práci.

Obsah

Úvod	1
1 Poistenie osôb	3
1.1 Základné pojmy a definície	3
1.2 Rozdelenie poistenia	4
1.3 Životné poistenie	4
1.3.1 Základné princípy v životnom poistení	5
1.3.2 Úmrtnostné tabuľky v životnom poistení	6
1.3.3 Komutačné čísla	7
1.3.4 Finančné dôchodky	8
2 Kapitálové životné poistenie	9
2.1 Poistenie pre prípad dožitia	9
2.2 Dočasné poistenie pre prípad smrti	10
2.3 Poistenie dočasného dôchodku	11
2.4 Zmiešané poistenie	11
2.4.1 Bežné poistné	13
2.4.2 Brutto poistné	14
2.4.3 Neklasický prístup k správnym nákladom poisťovne	16
2.4.4 Poistná rezerva	18
2.4.5 Brutto rezerva	18
2.4.6 Odkúpenie poistnej zmluvy	19
3 Investičné životné poistenie	20
3.1 Základné princípy	20
3.2 Finančné toky v IŽP	23

3.3 Porovnanie IŽP a kapitálového životného poistenia	25
3.4 Problémy a ich možné riešenia	27
4 Profit testing	29
4.1 Princípy metódy testovanie ziskovosti	29
4.2 Sensitivity testing	30
4.3 Profit testing ako súčasť riadenia poisťovne	32
4.4 Príklad aplikácie testovania ziskovosti	33
5 Výpočtový modul	37
5.1 Vstupné údaje	37
5.2 Rizikové poistné	40
5.3 Nesplatené počiatočné náklady	41
5.3.1 Nesplatené počiatočné náklady a indexácia poistenia	42
5.4 Model poistných zmlúv	44
5.5 Odkúpny model	45
5.6 Cash Flow Model	46
5.7 Vyhodnotenie výsledkov v programe	48
5.8 Posúdenie výpočtového modulu	49
Záver	50

Úvod

Poisťovníctvo je jedným z najvýznamnejších odvetví ekonomiky štátu. Jeho význam nie je len v pomerne veľkom finančnom obrate, ale najmä v tom, že umožňuje udržať ekonomickú stabilitu podnikateľských subjektov a životnú úroveň obyvateľstva v prípade mimoriadnych udalostí. Taktiež poskytuje vynikajúcu príležitosť investovania úspor obyvateľstva a z toho vyplývajúce zhodnotenie. Už prvé zoznámenie s poisťovníctvom ukazuje, že ide o zložitú oblasť činnosti, ktorej sa dotýkajú viaceré vedné disciplíny - najmä poisťné právo, poisťná ekonomika a financie, poisťná matematika, administratívny manažment a marketing.

Od začiatku minulého storočia sa poisťné vedy na pravdepodobnostno-štatistických základoch úspešne rozvíjali a aplikovali v západných trhových ekonomikách. Monopolné postavenie jedinej poisťovne v minulosti u nás spôsobilo štyridsaťročnú absenciu v ich rozvoji a aplikácii. Konkurenčné prostredie poisťného trhu, ktoré sa u nás od roku 1991 znovu vytvára ako súčasť transformačných procesov ekonomiky, si vyžaduje nové, exaktnejšie prístupy k takým otázkam poisťovníctva, ako je určenie poisťných sadzieb a poisťných rezerv, určenie výšky provízií pre sprostredkovateľov, stanovenie časti nákladov uhrádzaných klientmi, posúdenie trendu ziskovosti poisťného produktu v budúcich obdobiach.

V mojej diplomovej práci sa zaoberám životným poistením a metódami týkajúcimi sa produktov životného poistenia. Špeciálne sa v rámci životného poistenia zameriam na relatívne nový produkt – Investičné životné poistenie.

Hlavné ciele mojej diplomovej práce sú:

- podrobne popísať investičné životné poistenie ako jednotkovo-viazaný poisťný produkt
- porovnať ho s klasickým kapitálovým životným poistením
- popísať moderné metódy oceňovania tohto poisťného produktu
- vytvoriť program v Exceli, ktorý modeluje priebeh tohto produktu počas poisťnej doby a vykonáva jeho analýzu

V úvodnej kapitole vysvetľujem základné pojmy poisťovníctva a vymedzujem jeho odvetvia, pričom ďalej sa už sústredím len na životné poistenie. V rámci tohto odvetvia poisťovníctva opisujem všetky princípy potrebné na výpočty v nasledujúcich kapitolách.

V druhej kapitole sa v životnom poistení zameriam na jednotlivé typy životného poistenia, pričom ďalej sa špecializujem už len na štandardný produkt kapitálového životného poistenia -

zmiešané poistenie. Podrobne opíšem jeho fungovanie a odvodím vzorce, ktoré kompletne charakterizujú tento produkt. Taktiež spomeniem aj neklasické prístupy k výpočtom v rámci životného poistenia, ktorým sa podrobnejšie venujú až ďalšie kapitoly.

Hlavným cieľom mojej diplomovej práce je popísať poistný produkt investičné životné poistenie a porovnať ho s klasickým životným poistením. Tomu sa venuje tretia kapitola, kde sa od základných princípov dostanem k finančným tokom fungujúcim v rámci investičného životného poistenia. Práve vzorce finančných tokov sú základom pre výpočtový modul v Exceli. V rámci tejto kapitoly ešte načrtnem problémy tohto poistného produktu a ich možné riešenia.

V štvrtej kapitole sa venujem moderným metódam analýzy poistných produktov. Najdôležitejšia metóda – profit testing je v dnešnej dobe už neoddeliteľnou súčasťou riadenia poisťovne. Vyhodnotenú kritériá tejto metódy, pomocou ktorých sa posudzuje poistný produkt, sa uplatňujú v ďalšej metóde – sensitivity testing. Tá slúži na odhadnutie čo najoptimálnejších hodnôt parametrov poistného produktu. Uvádzam aj malý príklad použitia tejto metódy pre investičné životné poistenie. Taktiež uvádzam aj ukázkový príklad aplikácie testovania ziskovosti na dočasnom poistení na úmrtie.

V piatej kapitole opisujem výpočtový modul v Exceli. Predovšetkým sa sústredím na tie metódy použité v programe, ktoré nie sú vysvetlené v predchádzajúcich kapitolách. Program slúži na modelovanie priebehu investičného životného poistenia a analýzu tohto poistného produktu pomocou metód profit testing a sensitivity testing.

V prílohe uvádzam niektoré dôležité tabuľky obsiahnuté vo výpočtovom module. Pre ich rozsiahlosť som ich nechcel uviesť v bežnom texte, pretože by to bolo značne neprehľadné. V prílohe sa ešte nachádza CD so súborom pre MS Excel – “modul_IZP.xls“, čo je samotný program.

1 Poistenie osôb

1.1 Základné pojmy a definície

Poistenie – právny vzťah, ktorý zabezpečuje osobe právo na výplatu peňažných prostriedkov v stanovenej výške, ak nastane v priebehu poistenia poistná udalosť.

Poistná udalosť – má charakter náhodnej udalosti, o ktorej nevieme vopred povedať, či nastane a kedy nastane. Pretože poistná udalosť môže nastať, úlohou poistenia je poskytnúť finančné zabezpečenie pred jej možnými očakávanými dôsledkami. Môže ísť napr. o úmrtie osoby (prípadne jedinca zo skupiny osôb), úraz osoby, ochorenie osoby i dožitie sa osoby určitého veku, živelnú udalosť, haváriu strojov, dopravných prostriedkov, odcudzenie a podobne. Poistné plnenie sa uhradí na základe priameho prejavu rizika poistnou udalosťou. Ak poistná udalosť počas trvania poistenia nevznikne, poisťovňa neposkytuje poistné plnenie.

Poisťovateľ – organizácia (väčšinou poisťovňa), ktorá poskytuje poistenie ako platenú službu. Jej základnou povinnosťou je v prípade nastatia poistnej udalosti vyplatiť *poistné plnenie*. Poistné plnenie sa uhradí na základe priameho prejavu rizika poistnou udalosťou. Ak poistná udalosť počas trvania poistenia nevznikne, poisťovňa neposkytuje poistné plnenie.

Poistná zmluva – dohoda medzi poisťovateľom a poistníkom, ktorou sa zaväzujú obidve strany plniť podmienky poistenia.

Poistník – fyzická alebo právnická osoba, ktorá uzavrela s poisťovateľom poistnú zmluvu a má povinnosť platiť poistné.

Poistenec (resp. poistený, účastník) – osoba, ktorej vzniká na základe uzatvorenej poistenej zmluvy právo na poistné plnenie, a to bez ohľadu na to, či poistenie dohodla sama, alebo iná osoba. V prípade poistenia osôb je to fyzická osoba, na ktorej život a zdravie je poistenie uzavreté. Na rozdiel od poistníka je poistený nositeľom poistného záujmu.

Poistné – povinné príspevky osoby, ktorá uzavrela s poisťovateľom poistnú zmluvu. Poistník si môže dojednať rôzne lehoty splatnosti, t.j. obdobia, v ktorých je splatné poistné. Môže to byť mesačne, štvrťročne, polročne, ročne alebo naraz zaplatené poistné za celú dobu poistenia.

Oprávnená osoba – fyzická alebo právnická osoba, ktorá má právo na výplatu poistného plnenia v prípade smrti poisteného (t.j. oprávnená osoba má význam len v poistení osôb pre prípad úmrtia).

1.2 Rozdelenie poistenia

Vo všeobecnosti môžeme poistenie rozdeliť na *komerčné* (realizované komerčnými poisťovňami) a *štátne poistenie* (sociálne poistenie, zdravotné poistenie - vyplývajúce zo zákona). Zatiaľ čo štátne poistenie má skôr charakter dane, za ktorú sa v štáte realizuje zdravotnícke a sociálne zabezpečenie pre obyvateľstvo, komerčné poistenie je rýdzo obchodná záležitosť motivovaná ziskom, ktorý z poistného podnikania vyplýva.

Predmetom môjho skúmania v diplomovej práci je práve okruh komerčného poistenia, ktoré sa ďalej delí na:

- *poistenie osôb*: to sa ďalej delí na *kapitálové životné poistenie* s výplatom poistnej sumy (kapitálu) v prípade poistnej udalosti a *dôchodkové poistenie* s výplatom dôchodku
- *poistenie majetku*
- *poistenie zodpovednosti za spôsobenie škody*
- *úrazové poistenie*
- *komerčné zdravotné a nemocenské poistenie*

Z hľadiska poistno-technického sa poistenie delí na *životné* a *neživotné*. V zmysle predchádzajúceho rozdelenia patrí do životného poistenia poistenie osôb, zatiaľ čo do neživotného patrí poistenie majetku, poistenie zodpovednosti za spôsobenie škody, úrazové, zdravotné a nemocenské poistenie.

V životnom poistení sa obvykle jedná o dlhodobejšie poistné zmluvy, ktoré majú zaistiť podporu v prípade straty príjmu. Dĺžky poistných dôb, na ktoré sa dojednávajú zmluvy životného poistenia, predstavujú jeden z podstatných rozdielov oproti neživotnému poisteniu. Ďalším výrazným rozdielom je, že sem prevažne patria poistenia bez konkrétneho rozsahu poistného záujmu (t.j. prostriedky získané z poistného plnenia môžu byť použité na úhradu abstraktných potrieb poisteného).

1.3 Životné poistenie

Životné poistenie sa označuje aj ako *poistenie osôb*. Podľa poistného rizika sa ďalej člení na:

- *poistenie pre prípad smrti* (často označované aj ako *rizikové životné poistenie*): poistnou udalosťou je úmrtie poisteného
- *poistenie pre prípad dožitia*: poistnou udalosťou je dožitie sa dojednaného veku poistenou osobou
- *zmiešané poistenie*: poistnou udalosťou je smrť poisteného alebo dožitie sa dojednaného veku poistenou osobou
- *dôchodkové poistenie*: v podstate je to špeciálne poistenie pre prípad dožitia s pravidelne sa opakujúcim poistným plnením vo forme výplat dôchodku.

Veľmi dôležité delenie životného poistenia je založené na tom, či poistný produkt obsahuje alebo neobsahuje sporivú (investičnú) zložku vytváranú z poistného a označovanú termínom *poistná rezerva*:

- *rezervotvorné poistenie* (poistenie s kapitálovou hodnotou; cash value insurance): v praxi sa naozaj vytvára rezerva poistného (napr. zmiešané poistenie)
- *nerезervotvorné poistenie*: toto poistenie nevytvára rezervu vôbec alebo len čiastočne v zanedbateľnom množstve (napr. dočasné poistenia pre prípad smrti)

1.3.1 Základné princípy v životnom poistení

Zadefinujem niekoľko pojmov v rámci životného poistenia:

Princíp ekvivalencie – Ekvivalentné sú také finančné operácie, ktoré dávajú k tomu istému dátumu rovnaké platby. V životnom poistení z toho vyplýva, že pri uzatváraní súboru poistných zmlúv toho istého typu musia byť v rámci tohto súboru všetky príjmy poisťovne v rovnováhe s jej výdavkami, keď príjmy a výdavky sa diskontujú k spoločnej časovej základni.

Princíp fiktívneho súboru – Predpokladáme, že počet osôb uzatvárajúcich vo veku x ten istý typ poistnej zmluvy sa rovná l_x z používanej úmrtnostnej tabuľky. Isteže tento predpoklad plne realitu neodzrkadľuje, ale je to nevyhnutné zjednodušuje na to, aby sme sa dostali k výsledkom, ktoré majú význam pre praktické použitie. Takisto ešte budeme predpokladať, že všetci členovia modelového súboru sa narodili 1.1. a zomreli 31.12.

Poistno-technická úroková miera – úroková miera, ktorú poisťovňa používa na výpočet poistného a pre všetky následné výpočty týkajúce sa produktu životného poistenia. Jej výška je

stanovená veľmi konzervatívne. Táto úroková miera je zakomponovaná do poistnej sadzby produktu a predstavuje také zhodnotenie rezervy životného poistenia, na ktoré má klient zmluvný nárok, napriek tomu, že skutočné zhodnotenie môže byť oveľa vyššie.

Výpočtové predpoklady, ktorých hodnoty ovplyvnia výsledky všetkých výpočtov v poistnej matematike (napr. výšku poistného a pod.), tvoria *aktuársku bázu*. Jej základnými parametrami sú *úroková miera*, *úmrtnostné tabuľky* a *náklady poisťovne*.

Podiely na zisku – rozdelenie zisku poisťovne klientom, ktorý poisťovňa dosahuje vďaka rozdielu medzi skutočným a kalkulovaným stavom príslušných parametrov.

Poistná rezerva životného poistenia – hodnota záväzkov poisťovne týkajúca sa poistnej zmluvy po odpočítaní hodnoty budúceho prijatého poistného. Predovšetkým nás bude zaujímať prospektívna rezerva, čiže v r -tom roku platí:

poistná rezerva = očakávaná hodnota budúcich výdajov – očakávaná hodnota budúcich príjmov

$${}_rV_x^{prosp} = {}_rH_b^V - {}_rH_b^P$$

Indexácia poistenia (dynamizácia; indexation) je ochrana poisteného proti inflácii. Uskutočňuje sa navyšovaním poistného alebo poistnej sumy o aktuálnu infláciu v jednotlivých rokoch poistnej doby.

1.3.2 Úmrtnostné tabuľky v životnom poistení

Konštrukcia a úprava úmrtnostných tabuliek pre potreby poisťovníctva je komplikovaný proces. V diplomovej práci sa mu nebudem podrobne venovať, ale popíšem len niektoré veličiny, ktoré sa budú využívať vo výpočtoch v životnom poistení.

Ukážka úmrtnostnej tabuľky pre mužov a pre ženy je uvedená v prílohe. V jednotlivých stĺpcoch sú nasledovné údaje:

x – vyjadruje vek osoby; $x \in \{0, 1, \dots, \omega\}$; ω je maximálny sledovaný vek v poistnej tabuľke

p_x – vyjadruje pravdepodobnosť toho, že x -ročná osoba sa dožije veku $(x+1)$ a nazýva sa *ročná miera úmrtnosti*

q_x – vyjadruje pravdepodobnosť toho, že x -ročná osoba sa nedožije veku $(x+1)$ a nazýva sa *ročná miera dožitia*

l_x – vyjadruje počet osôb dožívajúcich sa veku x

d_x – vyjadruje počet osôb, ktoré zomreli vo veku x

Medzi jednotlivými veličinami platia vzťahy vyplývajúce z klasickej definície pravdepodobnosti:

$$p_x + q_x = 1$$
$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}; \quad q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$
$$d_x = l_x - l_{x+1}; \quad q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

Ďalej definujeme:

${}_n p_x$ – vyjadruje pravdepodobnosť toho, že x -ročná osoba sa dožije veku $(x+n)$

${}_n q_x$ – vyjadruje pravdepodobnosť toho, že x -ročná osoba sa nedožije veku $(x+n)$

$${}_n p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot \dots \cdot p_{x+n-1} = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Pre tieto hodnoty platí:

$${}_n q_x = 1 - {}_n p_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

1.3.3 Komutačné čísla

Vo svojich výpočtoch budem veľmi často používať komutačné čísla, ktoré majú veľmi dobrý praktický význam. V podstate sú to len výrazy vyjadrené pomocou veličín z úmrtnostných tabuliek a úrokovej mieri i , resp. odúročiteľa $v=1/(1+i)$.

Základné komutačné čísla sú: $D_x = l_x \cdot v^x$; $C_x = d_x \cdot v^{x+1}$

D_x – diskontovaný počet osôb dožívajúcich sa veku x

C_x – diskontovaný počet osôb zomretých vo veku x

Komutačné čísla počtu žijúcich sú:

$D_x = l_x \cdot v^x$; - znamená počet žijúcich vo veku x odúročených k dátumu narodenia

$N_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} D_{x+k}$; - je súčet D_{x+k} od veku x až po koniec úmrtnostnej tabuľky

$S_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} N_{x+k}$; - je súčet N_{x+k} od veku x až po koniec úmrtnostnej tabuľky

Komutačné čísla počtu zomretých sú:

$C_x = d_x \cdot v^{x+1}$; - znamená počet zomretých vo veku x odúročených k dátumu narodenia

$M_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} C_{x+k}$; - je súčet C_{x+k} od veku x až po koniec úmrtnostnej tabuľky

$R_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} M_{x+k}$; - je súčet M_{x+k} od veku x až po koniec úmrtnostnej tabuľky

Pre komutačné čísla platia nasledovné jednoduché vzťahy, z ktorých niektoré budeme využívať pri výpočte poisťných vzorcov a ich úprave:

$N_x = D_x + N_{x+1}$; $M_x = C_x + M_x$; $S_x = N_x + S_{x+1}$; $R_x = M_x + R_{x+1}$; pre $x \in \{1, 2, \dots, \omega - 1\}$

$\sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k} = N_x - N_{x+n}$; $\sum_{k=0}^{n-1} C_{x+k} = M_x - M_{x+n}$;

1.3.4 Finančné dôchodky

Finančný dôchodok (renta, anuita) je vo všeobecnosti definovaný ako postupnosť platieb v rovnakých časových intervaloch (ak nie je uvedené inak, automaticky sa považuje za časový interval 1 rok).

Vo výpočtoch v ďalších kapitolách budem využívať aj nasledovné veličiny:

Súčasná hodnota *predlehotného dôchodku* 1 Sk plateného ročne počas n rokov:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

Súčasná hodnota *polehotného dôchodku* 1 Sk plateného ročne počas n rokov:

$$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \dots + v^n = \frac{1 - v^n}{i}$$

2 Kapitálové životné poistenie

Vo svojej práci chcem najskôr popísať klasický produkt kapitálového životného poistenia. K tomu ale potrebujem popísať jednoduché produkty v životnom poistení – poistenie na dožitie a dočasné poistenie na úmrtie. Potom uskutočním výpočty poistných vzorcov pre kombináciu týchto dvoch poistení – zmiešané poistenie, ktoré je považované za štandardnú formu kapitálového životného poistenia.

2.1 Poistenie pre prípad dožitia

Poistenia pre prípad dožitia (Pure Endowment) vyjadruje, že poisťovňa vyplatí poistnú sumu v prípade, ak sa poistený vo veku x dožije konca dojednávanej poistnej doby n . V prípade, že poistený zomrie pred uplynutím poistnej doby, poistenie zanikne bez náhrady.

Čiže x -ročná osoba pri dosiahnutí veku $(x+n)$ dostane vyplatenú poistnú sumu (pre zjednodušenie 1 Sk).

Príslušné jednorazové netto poistné sa označuje ${}_nE_x$.

Z princípu fiktívneho súboru osôb predpokladáme, že sa takto poistí l_x osôb, t.j. l_x osôb zaplatí sumu ${}_nE_x$, teda poisťovňa dostane $l_x \cdot {}_nE_x$ Sk. Po n rokoch z poistného súboru bude žiť len l_{x+n} osôb a každá z nich dostane 1 Sk, čiže poisťovňa vyplatí $l_{x+n} \cdot 1$ Sk.

Z princípu ekvivalencie dostaneme rovnicu:

$$\text{Príjmy} = \text{Výdaje}$$

$$l_x \cdot {}_nE_x = l_{x+n} \cdot 1 \cdot v^n$$

Ďalej ju upravíme nasledovne:

$$l_x \cdot v^x \cdot {}_nE_x = l_{x+n} \cdot 1 \cdot v^{x+n}$$

$$D_{x \cdot n} E_x = D_{x+n}$$

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Alebo vo vyjadrení pomocou pravdepodobnosti:

$${}_nE_x = {}_n p_x \cdot v^n$$

2.2 Dočasné poistenie pre prípad smrti

Dočasné poistenie pre prípad smrti (Term Insurance) je také poistenie, že poisťovňa vyplatí poistnú sumu na konci roka, v ktorom poistený vo veku x zomrie, ale len v prípade, ak k smrti dôjde pred uplynutím poistnej doby n .

Čiže platí, že ak x -ročná osoba zomrie, poisťovňa vyplatí poistnú sumu na konci roka úmrtia oprávneným osobám.

Jednorazové netto poistné sa označuje $A_{x:n}^1$.

Z princípu fiktívneho súboru osôb predpokladáme, že sa takto poistí l_x osôb, t.j. l_x osôb zaplatí sumu $A_{x:n}^1$, teda poisťovňa dostane $l_x \cdot A_{x:n}^1$ Sk.

V prípade smrti poisteného v roku $x+t$ ($t = 0, \dots, n-1$), poisťovňa oprávneným osobám vyplatí 1 Sk, ktorej hodnota v roku x je v^{t+1} . V roku $x+t$ bude počet úmrtí poistencov d_{x+t} , čiže výdaje poisťovne v roku $x+t$ budú $d_{x+t} \cdot v^{t+1}$. Celkové výdaje pre poistné plnenie poistenia na úmrtie bude súčet jednotlivých výplat v rokoch $x, \dots, x+n-1$.

Rovnicu ekvivalencie zapíšeme:

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = d_x \cdot v + d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot v^n$$

Po úpravách dostaneme:

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = d_x v + d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot v^n$$

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = \frac{1}{v^x} (C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1})$$

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{v_x}$$

$$A_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{v_x \cdot l_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Keď komutatívne koeficienty vyjadríme pomocou pravdepodobností, dostaneme:

$$A_{x:n}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot q_{x+t} \cdot v^{t+1}$$

2.3 Poistenie dočasného dôchodku

V ďalších výpočtoch budeme používať aj *poistenie predlehotného dočasného dôchodku* (Temporary annuity). Tu poisťovňa vypláca dôchodok v dojednanej výške (1 Sk) vždy na začiatku poistného roku, pokiaľ poistená x -ročná osoba ešte žije a neuplynula poistná doba n .

Jednorazové poistné tohto poistného produktu sa označuje $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$.

Rovnica ekvivalencie má tvar:

$$\begin{aligned}l_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 \cdot l_x + 1 \cdot l_{x+1} \cdot v + \dots + 1 \cdot l_{x+n-1} \cdot v^{n-1} \\ \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \frac{1}{l_x \cdot v^x} \cdot (l_x \cdot v^x + l_{x+1} \cdot v^{x+1} + \dots + l_{x+n-1} \cdot v^{x+n-1}) \\ \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \frac{1}{D_x} \cdot (D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+n-1})\end{aligned}$$

S využitím vlastností komutačných čísel, ktoré sú uvedené v kapitole 1.3.3, dostávame:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Po vyjadrení komutačných čísel pomocou pravdepodobnosti:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot v^t$$

2.4 Zmiešané poistenie

V prípade *zmiešaného poistenia* (Endowment) vyplatí poisťovňa poistnú čiastku na konci poistného roku, v ktorom osoba poistená vo veku x umrie, najneskôr ale pri dožití sa konca dojednanej poistnej doby n . Toto poistenie, ktoré je kombináciou dočasného poistenia pre prípad smrti a poistenia pre prípad dožitia, patrí v rámci životného poistenia k najobľúbenejším produktom. Na Slovensku tvorí najväčší podiel v rámci životného poistenia. Niekedy sa označuje za poistenú formu sporenia: na rozdiel od sporenia v banke je tu totiž zaručené, že cieľová suma bude dosiahnutá (platené poistné je ale samozrejme vyššie, ako by bolo pri zodpovedajúcom vklade na bankové konto, pretože za túto istotu je nutné zaplatiť). Kapitálové životné poistenie je všeobecný pojem, a preto ho poisťovne môžu ponúkať ako viacero modifikácií. Napríklad zmiešané poistenie s trojnásobnou poistnou čiastkou pre prípad smrti je určené predovšetkým pre

zabezpečenie pozostalých osôb, zatiaľ čo zmiešané poistenie s dvojnásobnou poistnou čiastkou pre prípad dožitia dáva dôraz na sporivý účel poistenia.

Čiže platí, ak x -ročná poistená osoba zomrie do veku $x+n$, bude jej pozostalým osobám vyplatená poistná suma (pre zjednodušenie stanovíme na 1 Sk). A ak sa dožije veku $x+n$, bude poistná suma vyplatená jej.

Vypočítajme najskôr jednorázové netto poistné, ktoré označíme $A_{x:n|}$. Finančné toky budeme vyjadrovať vzhľadom k začiatku roka x .

Rovnica ekvivalencie pre toto poistenie potom bude:

$$l_x \cdot A_{x:n|} = d_x \cdot v + d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot v^n + l_{x+n} \cdot v^n$$

Odvodili sme ju z princípu ekvivalencie, pričom uvažujeme fiktívny súbor l_x osôb, t.j. l_x osôb zaplatí sumu $A_{x:n}$, čiže poisťovňa obdrží $l_x \cdot A_{x:n}$ Sk.

V prípade úmrtia poistenca v roku $x+t$ ($t = 0, \dots, n-1$), poisťovňa pozostalým osobám vyplatí 1 Sk, ktorej hodnota v roku x je v^{t+1} . V roku $x+t$ bude počet poistných nárokov d_{x+t} , čiže výdaje poisťovne v roku $x+t$ budú $d_{x+t} \cdot v^{t+1}$. Celkové výdaje pre poistné plnenie poistenia na úmrtie bude súčet jednotlivých výplat v rokoch od $x, \dots, x+n-1$.

Po n rokoch z poistného súboru bude žiť len l_{x+n} osôb a každá z nich dostane 1 Sk. Výdaje poisťovne na poistné plnenie pre poistenie na dožitie teda bude $l_{x+n} \cdot 1$ Sk.

Celé to zhrnieme a dostaneme:

$$\begin{aligned} l_x \cdot A_{x:n|} &= d_x \cdot v + d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot v^n + l_{x+n} \cdot v^n \\ l_x \cdot A_{x:n|} &= \frac{1}{v^x} (C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1} + D_{x+n}) \\ l_x \cdot A_{x:n|} &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{v_x} \\ A_{x:n|} &= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{v_x \cdot l_x} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} \end{aligned}$$

Keď komutatívne koeficienty vyjadríme pomocou pravdepodobností, dostaneme:

$$A_{x:n|} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot q_{x+t} \cdot v^{t+1} + {}_n p_x \cdot v^n$$

Je evidentné, že platí:

$$A_{x:n|} = A_{x:n|}^1 + {}_n E_x$$

Vidíme, že poistné za zmiešané poistenie je súčet poistného za dočasné poistenie na úmrtie a za poistenie na dožitie. Tento výsledok sa dal intuitívne očakávať.

V prípade, že sa v rámci poistenia dohodla dvojnásobná poistná suma pre prípad úmrtia, jednorazové poistné bude vyzeráť nasledovne:

$$\begin{aligned}
 l_x \cdot A_{x:n|} &= 2 \cdot d_x \cdot v + 2 \cdot d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + 2 \cdot d_{x+n-1} \cdot v^n + l_{x+n} \cdot v^n \\
 l_x \cdot A_{x:n|} &= \frac{1}{v^x} (2 \cdot (C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1}) + D_{x+n}) \\
 A_{x:n|} &= \frac{2 \cdot (M_x - M_{x+n}) + D_{x+n}}{D_x}
 \end{aligned}$$

2.4.1 Bežné poistné

Ďalšou úlohou je vypočítať bežne platené poistné pri zmiešanom poistení.

Pod pojmom *bežné poistné* sa rozumejú pravidelné rovnako veľké predlehotné splátky poistného. Označuje sa P_x a zatiaľ uvažujme len ročne platené bežné poistné. Budeme sa snažiť vyjadriť hodnotu bežného poistenia pomocou jednorazového poistného, pričom využijeme princíp ekvivalencie. Uvažujeme zmiešané poistenie x -ročnej osoby na dobu n rokov.

Prijaté jednorazové poistné $A_{x:n|}$ od všetkých osôb modelového súboru diskontované k dátumu narodenia poistencov sa musí rovnať súčtu všetkých ročných poistných prijatých od žijúcich osôb modelového súboru diskontovaných k dátumu narodenia.

$$\begin{aligned}
 A_{x:n|} \cdot l_x \cdot v^x &= P_x \cdot l_x \cdot v^x + P_x \cdot l_{x+1} \cdot v^{x+1} + \dots + P_x \cdot l_{x+n-1} \cdot v^{x+n-1} \\
 A_{x:n|} \cdot l_x &= P_x \cdot l_x \cdot \ddot{a}_{x:n|}
 \end{aligned}$$

Bežné ročne platené netto poistné dočasného zmiešaného poistenia na n -rokov je:

$${}_n P_x = \frac{A_{x:n|}}{\ddot{a}_{x:n|}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x \cdot \ddot{a}_{x:n|}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

V praxi sa častejšie využíva bežné poistné platené m -krát ročne, ktorého splátka je vo výške

$$\frac{P_x^{(m)}}{m}. \text{ Ide o analogický problém v rámci jedného roka, ktorý rieši rovnica } P_x^{(m)} = \frac{A_{\overline{x}|n}}{\ddot{a}_{\overline{x}|n}^{(m)}}.$$

Predlehotný dočasný dôchodok vyplácaný m -krát ročne však nie je také jednoduché vypočítať.

Začnime najskôr s doživotným:

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{m} \cdot \frac{k}{m} P_x \cdot v^{\frac{k}{m}},$$

pričom m -krát ročne sa vypláca hodnota $\frac{1}{m}$ a uvažujeme s úročením za obdobie $\frac{1 \text{ rok}}{m}$.

Uvedený vzorec sa v praxi nedá využiť, preto sa namiesto neho používajú aproximácie. Podľa Woolhouseovho vzorca pre diferencovateľnú funkciu f_t , platí:

$$f_0 + f_{\frac{1}{m}} + \dots + f_{\frac{k}{m}} \approx m \cdot (f_0 + f_1 + \dots + f_k) - \frac{m-1}{2} \cdot (f_0 + f_k)$$

Keďže $\lim_{t \rightarrow \infty} {}_tP_x \cdot v^t = 0$, potom:

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{m} \cdot \frac{k}{m} P_x \cdot v^{\frac{k}{m}} \approx m \cdot \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} P_x \cdot v^k - \frac{m-1}{2} \cdot \left(\frac{1}{m} \cdot P_x + 0 \right) = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}.$$

Hľadaný dočasný predlehotný dôchodok, potom môžeme vyjadriť:

$$\ddot{a}_{\overline{x}|n}^{(m)} = \ddot{a}_x^{(m)} - \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x+n}^{(m)} \approx \left(\ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} \right) - \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot \left(\ddot{a}_{x+n} - \frac{m-1}{2m} \right) = \ddot{a}_{\overline{x}|n} - \frac{m-1}{2m} \left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x} \right).$$

V praxi sa často používa *nepravé področné poistné* počítané jednoduchým spôsobom - ročné poistné vydelené počtom splátok a vynásobené určitou *področnou prirážkou*:

$$P_x^{(m)} = \frac{A_{\overline{x}|n}}{m} \cdot (1 + \alpha^m).$$

2.4.2 Brutto poistné

Doteraz sme sa zaoberali len netto poistným pre zmiešané poistenie. To znamená, že sme na strane výdajov poisťovne pripúšťali len vyplácanie poistných plnení. Poisťovňa má však aj výdaje spojené s vedením a správou zmlúv, s technickými nákladmi pri uzatváraní zmlúv

a predovšetkým výplaty provízií sprostredkovateľom. Poistné, ktoré zohľadňuje všetky náklady poisťovne súvisiace s poistným podnikaním sa nazýva *bruttopoistné*. Bežné bruttopoistné sa označuje B a jednorazové JB .

Správne náklady poisťovne delíme nasledovne:

- *Počiatkové jednorazové náklady (uzatvárateľské náklady) α* : Vznikajú pri uzavretí poistnej zmluvy. Predovšetkým ide o províziu sprostredkovateľom (obchodným zástupcom, poistným maklérom a pod.). Podiel províznych nákladov na celkových nákladoch poisťovne je suverénne najväčší. Môžu to byť ale aj náklady na prípadnú vstupnú lekársku prehliadku, na technické náklady spojené s uzavretím poistnej zmluvy a pod. α náklady sa môžu určiť ako percento z poistnej čiastky, z ročného dôchodku alebo z prijatého brutto poistného (v praxi je to najčastejšie uplatňovaná možnosť).

- *Bežné správne náklady β* : Sú to pravidelné každoročné náklady vznikajúce počas trvania poistenia súvisiace s jeho udržiavaním. Predovšetkým je to administratíva, nájomné, prevádzka výpočtovej techniky, poštovné atď.). β náklady sa obyčajne počítajú ako percento z poistnej čiastky alebo ako percento z ročného dôchodku. Rozlišujeme náklady β_1 , ktoré sú potrebné počas celého trvania poistenia a β_2 , ktoré sú potrebné len počas platenia poistného. Platí, že $\beta = \beta_1 + \beta_2$.

- *Inkasné náklady γ* : Sú to náklady spojené s inkasovaním bežného poistného. Určujú sa ako percento z ročného brutto poistného.

- *Náklady pri výplate dôchodku δ* : Tieto náklady vznikajú len u dôchodkového poistenia ako náklady spojené s výplatami dôchodku. Väčšinou sa počítajú ako percento z ročného dôchodku.

- *Jednotná správna prirážka ε* : Zlučuje v sebe v niektorých prípadoch všetky predchádzajúce typy správnych nákladov. Počíta sa väčšinou ako percento z brutto poistného.

Pozrime sa, ako ovplyvnia správne náklady poisťovne náš sledovaný produkt – zmiešané poistenie (pre zjednodušenie je poistná suma 1 Sk):

$$JB_x = A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta_1 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

Počiatkové jednorazové náklady α i bežné správne náklady β_1 predstavujú percentá z poistnej čiastky, takže ich je možné k jednorazovému netto poistnému pričítať. Zatiaľ čo sa α náklady

uplatnia len na začiatku, β_1 sa každoročne opakujú, a preto v rovnici vystupuje ich počiatočná hodnota $\beta_1 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$.

Uvažujme teraz bežne platené poisťné:

$$B_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma \cdot B_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

$$B_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1 - \gamma) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{1}{1 - \gamma} \left(\frac{A_{x:\overline{n}|} + \alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} + \beta \right) = \frac{1}{1 - \gamma} \left({}_n P_x + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} + \beta \right)$$

Všetky náklady sú počítané takým istým spôsobom ako v predchádzajúcom prípade. Jedine inkasné náklady γ sú počítané ako percentuálny podiel z brutto poisťného.

V prípade, že sa α náklady sa započítavajú ako percento z platieb brutto poisťného, tak:

$$B_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|} + \beta \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1 - \gamma) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \alpha \cdot n}$$

2.4.3 Neklasický prístup k správnym nákladom poisťovne

V predchádzajúcej kapitole sme zakomponovali správne náklady poisťovne priamo do explicitných vzorcov na výpočet brutto poisťného. Takýto postup sa dá uplatňovať len za predpokladov, že jednotlivé náklady sa dajú vypočítať tak, ako sme si ich zadefinovali. V praxi sa však niektoré druhy nákladov počítajú zložitejšie a vyjadrenie explicitných vzorcov už nie je možné, prípadne je to veľmi náročné. Môže ísť napríklad o provízne náklady, ktoré závisia od iných parametrov, ako je poisťná čiastka alebo zaplatené poisťné, prípadne o paušálne náklady na počet poisťných zmlúv. Taktiež sa môže do brutto poisťného zohľadňovať aj priebeh inflácie.

Takéto podmienky si vyžadujú radikálnejší prístup k poisťným analýzám. Nový postup je založený v tom, že sa na správne náklady pozerá ako na finančné toky a celý vývoj okolo poisťného produktu sa popíše rovnicami Cash Flow, ktoré vytvárajú model finančných tokov v poisťnom produkte. Samozrejme, že v jednotlivých rovniciach využijeme niektoré vzorce na výpočet poisťného, ktoré sme odvodili. Takýto istý prístup sa využíva v moderných metódach poisťovníctva, ktorým sa budú venovať nasledovné kapitoly.

Príklad výpočtu brutto poisťného cez finančné toky:

Vypočítajte ročné brutto poistné pre zmiešané poistenia 40-ročného muža na dobu 20 rokov s poistnou sumou 100000 Sk. Poistno-technická úroková miera je 4,5 %. α náklady sú: 3 % z poistnej čiastky, 50 % z ročného brutto poistného a paušálna čiastka 1000 Sk na jednu poistnú zmluvu. β náklady: 6 % z ročného brutto poistného a paušálna čiastka 200 Sk na jednu zmluvu. Náklady spojené s poistným plnením sú paušálne 500 Sk na jednu zmluvu. Všetky správne náklady sa uvažujú s ročným inflačným navyšovaním o 3,5 %.

Riešenie:

Budeme sa sústrediť len na aplikáciu uvedeného prístupu. Jednotlivé veličiny, ktorých výpočtom sme sa venovali v predchádzajúcich kapitolách, budeme považovať za tabelované (napr. poistenie predlehotného dôchodku alebo jednorazové poistné zmiešaného poistenia).

Všetky finančné toky musíme diskontovať k momentu uzavretia poistnej zmluvy s použitím poistno-technickej úrokovej miery 4,5 %. Náklady s inflačným navyšovaním sa diskontujú s použitím diskontného koeficientu:

$$v' = \frac{1 + 0,035}{1 + 0,045} \approx \frac{1}{1 + 0,01},$$

čiže s použitím úrokovej miery 1 %.

Súčasnú hodnotu jednotlivých finančných tokov:

- ročné brutto poistné: $B \cdot \ddot{a}_{40,20|4,5\%} = 12,99359 \cdot B$
- poistné plnenie 100 000 Sk: $100\,000 \cdot A_{40,20|4,5\%} = 44\,047$
- počiatkové jednorazové náklady: $0,03 \cdot 100\,000 + 0,5 \cdot B + 1000 = 4000 + 0,5 \cdot B$
- bežné správne náklady: $0,06 \cdot B \cdot \ddot{a}_{40,20|1\%} + 200 \cdot \ddot{a}_{40,20|1\%} = 3454,43 + 1,03633 \cdot B$
- náklady spojené s poistným plnením: $500 \cdot A_{40,20|1\%} = 414,49$

Keď to celé zhrnieme, dostaneme rovnicu:

$$12,99359 \cdot B = 44047 + 4000 + 0,5B + 3454,43 + 1,03633 \cdot B + 414,49$$

$$B = 4531 \text{ Sk}$$

2.4.4 Poistná rezerva

V kapitole 1.3.1 sme definovali prospektívnu poistnú rezervu životného poistenia. Takáto definícia a spôsob výpočtu bude pre nás plne postačujúci.

Vypočítajme poistnú rezervu pre zmiešané poistenie x -ročnej osoby na n rokov pri poistnej sume 1 Sk. Poistné bude platené na začiatku roka, zatiaľ čo poistné plnenie na konci roka.

Uvažujme netto rezervu na konci t -ého roku poistenia ($t = 0, 1, \dots, n$):

$$\begin{aligned} {}_tV_{x:\overline{n}|} &= A_{x+t, \overline{n-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} = {}_{n-t}P_{x+t} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} = \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} \cdot ({}_{n-t}P_{x+t} - P_{x:\overline{n}|}) \\ {}_tV_{x:\overline{n}|} &= 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = 1 - \frac{D_x}{D_{x+t}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \end{aligned}$$

V druhej rovnosti sme využili Jonesov vzorec na výpočet netto rezervy uvedený v použitej literatúre – *Sekérová, Bilíková: Poistná matematika*.

2.4.5 Brutto rezerva

Brutto rezerva ${}_tV_{x:\overline{n}|}^{brutto}$ je netto rezerva zohľadňujúca správne náklady. Odvodenie vzorca je úplne analogické ako pri brutto poistnom:

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{brutto} = \left(A_{x-t, \overline{n-t}|} + \beta \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} + \gamma \cdot B_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} \right) - B_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|}$$

V zátvorke sú uvedené výdaje od začiatku $(t+1)$ -ého roka vrátane správnych nákladov a od nich sa odčítajú príjmy na začiatku $(t+1)$ -ého roka ako časť brutto poistného.

Po úpravách a s využitím vzorca na výpočet $B_{x:\overline{n}|}$ z kapitoly 2.4.2 dostaneme:

$$\begin{aligned} {}_tV_{x:\overline{n}|}^{brutto} &= \left(A_{x-t, \overline{n-t}|} + \beta \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} + \gamma \cdot B_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} \right) - \left(P_{x:\overline{n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} + \beta + \gamma \cdot B_{x:\overline{n}|} \right) \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} \\ {}_tV_{x:\overline{n}|}^{brutto} &= A_{x-t, \overline{n-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|} - \alpha \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = {}_tV_{x:\overline{n}|} - \alpha \cdot \frac{\ddot{a}_{x+t, \overline{n-t}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \end{aligned}$$

Pri počítaní s brutto rezervou je tiež možný aj radikálnejší prístup cez finančné toky. Ide o úplne analogický postup ako pri brutto poistnom, preto ho nebudeme bližšie opisovať.

2.4.6 Odkúpenie poistnej zmluvy

Pod *odkúpením poistnej zmluvy* (odkup, surrender) budeme rozumieť také ukončenie zmluvného vzťahu, pri ktorom poisťovňa vyplatí poistenému tzv. *odkúpnu hodnotu*.

Na rozdiel od odkupu *zrušenie poistnej zmluvy* (storno) znamená ukončenie zmluvného vzťahu bez vyplatenia finančnej náhrady.

V našich poisťovniach sa odkúpna hodnota určuje z brutto rezervy zníženej o určitú storno zrážku. Je zrejmé, že v prvých rokoch poistenia, kedy môže byť brutto rezerva záporná (pri dostatočne veľkých α - nákladoch), sa odkúpenie poistnej zmluvy nedá uskutočniť a klient takýmto právom nedisponuje.

Odkúpna hodnota v r -tom roku poistenia bude:

$${}_rO_x = (1 - S(r)) \cdot {}_rV_x^{brutto}$$

Hodnota storno zrážky by mala byť klesajúca funkcia, pretože poisťovňa uprednostňuje odkupy v neskorších rokoch poistnej doby. Jej hodnota sa pohybuje od 1% do 15%.

3 Investičné životné poistenie

Investičné životné poistenie (jednotkovo-viazané poistenie; Unit Linked; Variable Life; IŽP) je novým typom životného poistenia so sporením, kde je klientovi ponechaný priestor k tomu, aby sa aktívne podieľal na rozhodnutiach, ako sa investuje jeho zaplatené poistné. Poistníkom zaplatené poistné sa rozdelí na dve časti. Jedna slúži na pokrytie nákladov súvisiacich s rizikovým poistením a druhá časť sa premení na tzv. podielové jednotky a umiestni sa v rôznych investičných fondoch v pomere určenom poistníkom. Výnosom je pre poistníka rozdiel medzi cenou, za ktorú boli jednotky umiestnené a cenou, za ktorú boli vyplatené.

Prvé začiatky prepojenia investičných fondov s poisťovňami siahajú do 30-tych rokov minulého storočia, kedy H. E. Raynes v roku 1928 vydal publikáciu „Miesto kmeňových akcií a podielov v investovaní fondov životného poistenia“. Presadzoval myšlienku, že investovanie do cenných papierov s pohyblivým výnosom je prostriedok, ktorým životné poisťovne môžu ovplyvňovať reálnu hodnotu svojich fondov. Naozaj prvé jednotkovo-viazané poistné produkty sa začali predávať až v 50-tych rokoch vo Veľkej Británii, kedy sa poistné sumy viazali na autorizované podielové fondy. Počas 70-tych rokov sa začali v poisťovníctve používať moderné metódy, ktoré sformovali dnešnú podobu investičného životného poistenia. Tento poistný produkt zaznamenal vysoký nárast najmä v rokoch 1980 až 1986 (napr. vo Veľkej Británii už v roku 1984 tvoril takmer 85 % nového obchodu s životným poistením). Po krachu burzového trhu v roku 1987 sa rast spomalil. Koncom 90-tych rokov, kedy akciové trhy zaznamenali vysokú prosperitu, sa investičné životné poistenie opäť stalo atraktívnym poistným produktom.

3.1 Základné princípy

Zadefinujme si pojmy:

Podielová jednotka (unit) je nárok na predpísaný podiel daného investičného fondu. Rozlišujú sa *počiatočné podielové jednotky* (initial units) a *akumulované podielové jednotky* (accumulation units). Počiatočné podielové jednotky sú obvykle zakúpené za poistné v prvých rokoch poistenia a poisťovateľ z nich postupne umoruje počiatočné náklady danej zmluvy. Akumulačné podielové jednotky sú obvykle zakúpené za poistné v neskorších rokoch poistenia a poisťovateľ si z nich

každoročne odčerpáva príslušné správne poplatky a rizikové poistné na pokrytie rizika pre prípad smrti.

Rozdiel medzi nákupnou a predajnou cenou (bid/offer spread) je rozdiel medzi cenou, za ktorú sa podielová jednotka pripíše na účet klienta a cenou, za ktorú by ju predal (obyčajne je to okolo 5%).

Podielový účet (unit fund) je účet podielových jednotiek pripísaných klientovi.

Korunový účet (sterling fund) je tá časť prostriedkov klienta, ktorá nemá podobu podielových jednotiek.

Alokačné percento (allocation percentage) je percentuálna časť poistného určená na nákup podielových jednotiek, pričom sa v priebehu poistnej doby môže meniť.

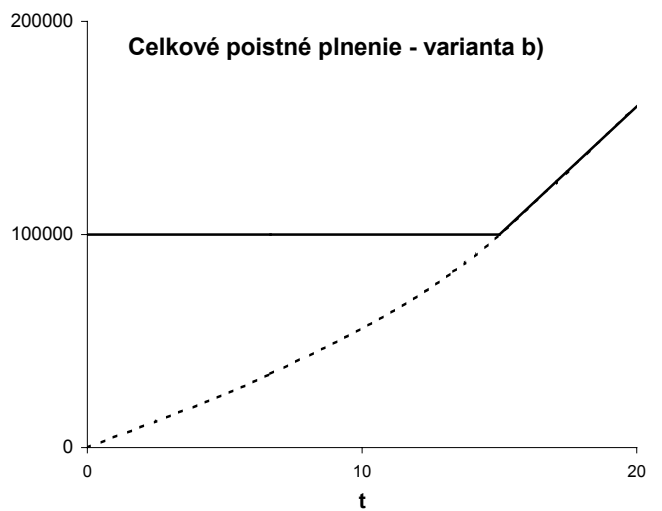
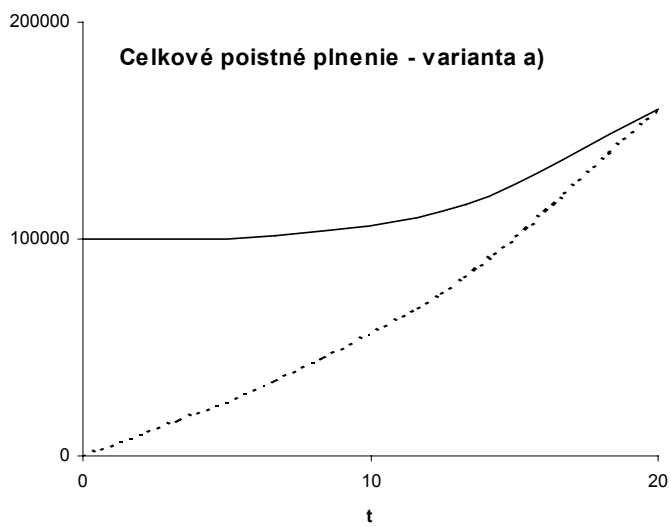
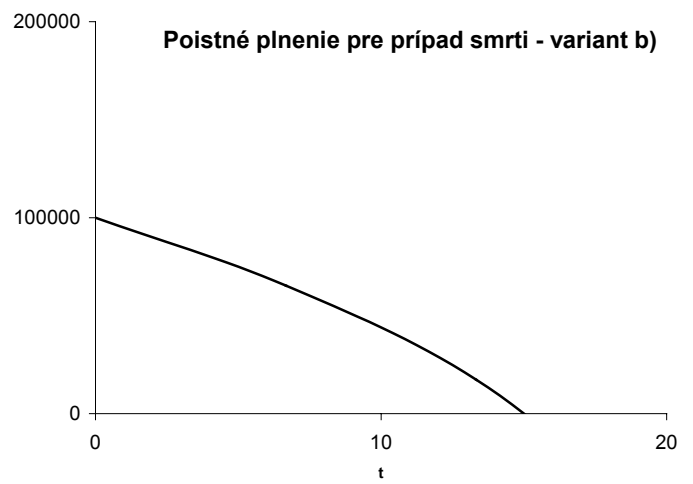
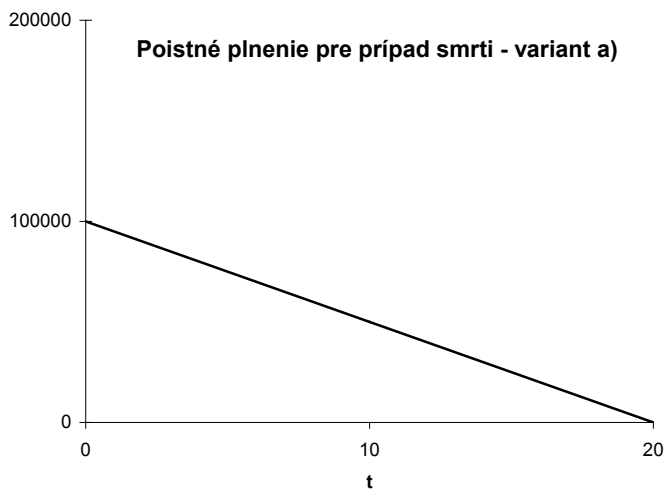
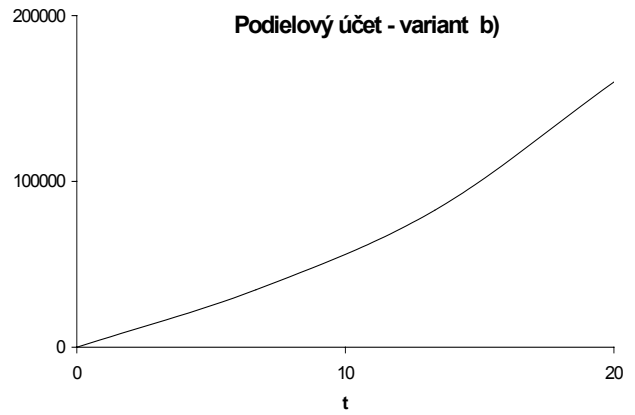
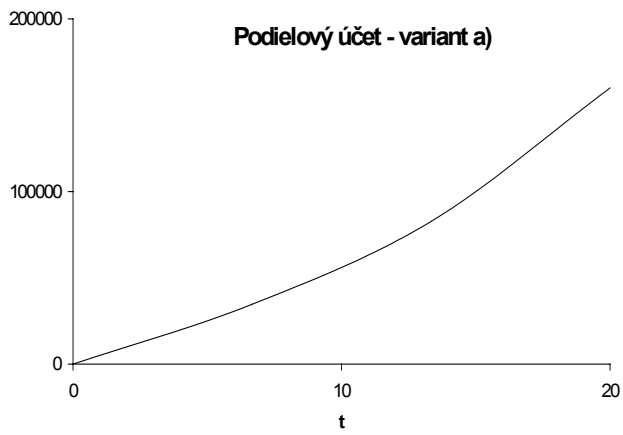
Alokačný pomer (allocation ratio) určuje rozdelenie alokovaného poistného medzi jednotlivé investičné fondy.

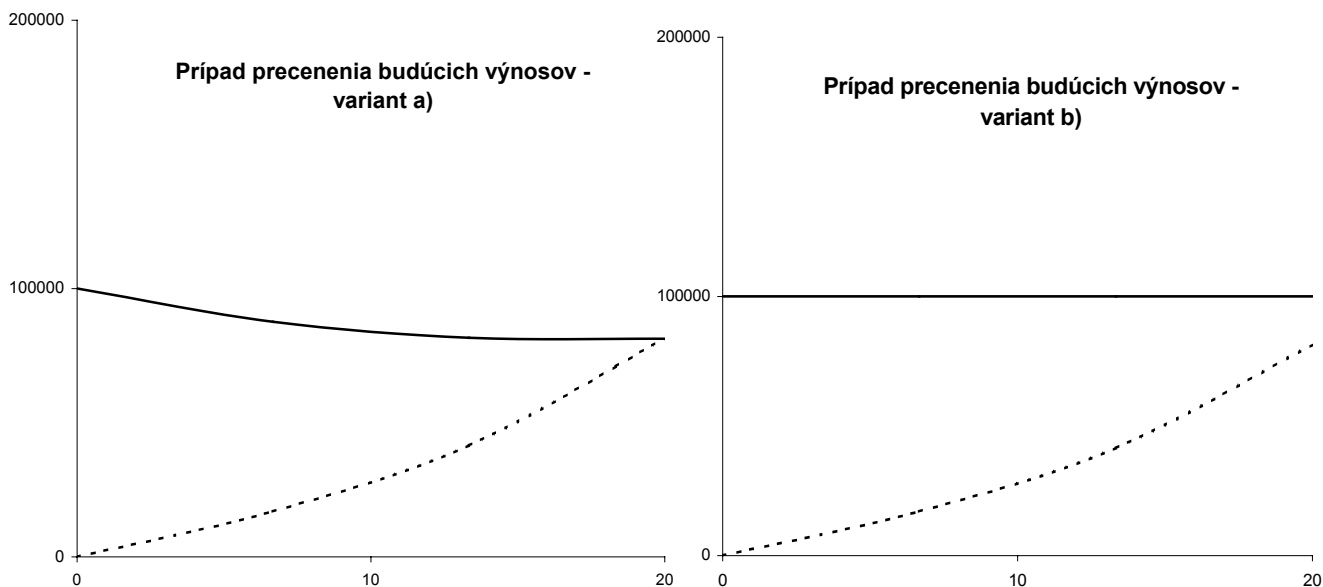
Myšlienka IŽP spočíva v kombinácii dočasného poistenia pre prípad smrti s klesajúcou poistnou čiastkou a investičného sporenia v investičných fondoch. V prípade smrti poisťovňa vyplatí poistnú čiastku zjednanú pre prípad smrti + aktuálnu hodnotu podielových jednotiek na podielovom účte klienta. V prípade dožitia dojednanej poistnej doby alebo v prípade odkupu poistnej zmluvy poisťovňou sa vyplatí len aktuálna hodnota podielových jednotiek na podielovom účte klienta.

Dočasné poistenie pre prípad smrti môže mať dva varianty:

- a) poistenie pre prípad smrti s pravidelne klesajúcou poistnou čiastkou za konštantné poistné
- b) poistenie pre prípad smrti s poistnou čiastkou klesajúcou tak, aby dorovnávala aktuálnu hodnotu podielových jednotiek klienta na dojednanú minimálnu úroveň (najčastejšie používané)

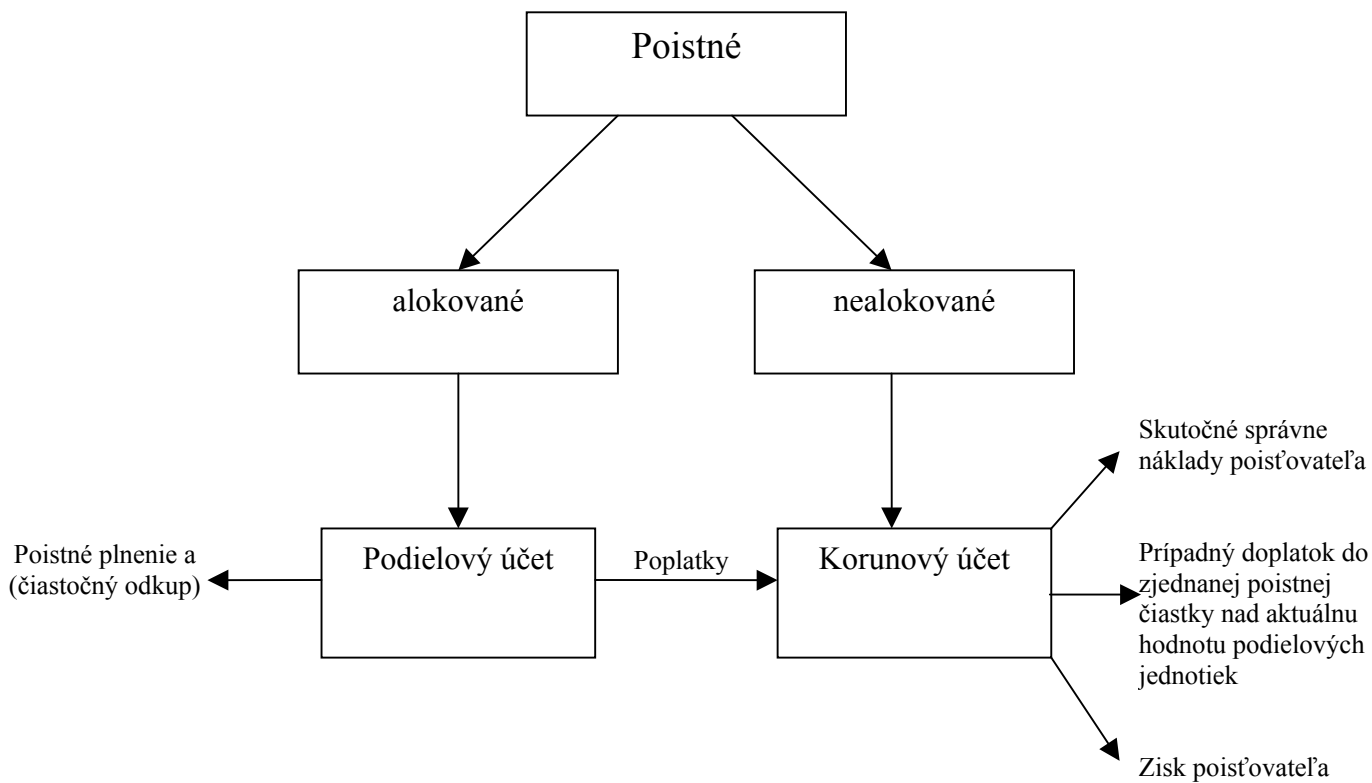
Oba varianty popisujú nasledovné pay-off diagramy. Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že prvý variant je pre klienta výhodnejší, ale v praxi sa používa práve druhý variant. Je tomu tak z jednoduchého dôvodu – klient potrebuje mať v každom prípade garantovanú výšku celkového poistného plnenia pre prípad úmrtia počas celej poistnej doby. V prípade precenenia budúcich výnosov fondov sa môže stať, že vo variante a) klesne celkové poistné plnenie pod žiadanú minimálnu úroveň. Variant b) garantuje minimálnu úroveň poistného plnenia aj v prípade poklesu výnosov. Čiarkovaná čiara na obrázkoch zobrazuje stav podielového účtu.





3.2 Finančné toky v IŽP

Schéma finančných tokov je nasledovná:



Na základe toho je zisk poisťovne tvorený len nasledovnými čiastkami:

- poplatkom za správu investičných fondov (obvykle % z celkového objemu investičného podielu klienta)
- rozdiel medzi nákupnou a predajnou cenou podielových jednotiek
- poplatok na postupné umorovanie počiatočných nákladov poisťnej zmluvy
- poplatok na správne náklady poisťnej zmluvy
- poplatok za (čiastočný) odkup
- poplatok za prevod podielových jednotiek na žiadosť klienta do iného investičného fondu
- časť rizikového poistného v prípade podúmrtnosti (predpokladaná úmrtnosť je vyššia ako skutočná)

Jednotlivé finančné toky popíšeme nasledovnými rovnicami:

Stav podielového účtu na začiatku t -ého roku:

$$F_{t+1} = [F_t + a_t P_t (1 - \lambda)](1 + i_u)(1 - m_t)$$

Správne poplatky z podielového účtu klienta na konci t -ého roku:

$$c_t = [F_t + a_t P_t (1 - \lambda)](1 + i_u)m_t$$

Zisk poisťovateľa (Cash Flow) z poisťky na konci t -ého roku:

$$CF_t = [(1 - a_t)P_t + a_t P_t \lambda - e_t](1 + i_k) + c_t - S_t q_{x+t-1}$$

Pričom a_t je alokačné percento v t -tom roku, P_t je ročne platené poistné na začiatku t -ého roku, λ je rozdiel medzi nákupnou a predajnou cenou podielových jednotiek, i_u je miera zisku a m_t je miera správnych poplatkov z podielového účtu odčerpávaných na konci t -ého roku. Ďalej e_t sú správne náklady poisťovateľa, i_k je miera zisku z korunového účtu, q_{x+t-1} je pravdepodobnosť úmrtia klienta vo veku $x+t-1$ a S_t je poistné plnenie z poistenia pre prípad smrti. Pre variant b) je to:

$$S_t = \max \{S - F_{t+1}, 0\}$$

3.3 Porovnanie IŽP a kapitálového životného poistenia

Principiálne rozdiely IŽP oproti kapitálovému životnému poisteniu:

- klient predovšetkým nesie celé investičné riziko a nenecháva túto zodpovednosť na poisťovni
- poistné plnenie je dané tržnou cenou tzv. podielových jednotiek klienta v investičnom fonde, takže výška poistného plnenia závisí od celých investičných výnosov zo zaplateného poistného a nie len z časti ako u klasického životného poistenia prostredníctvom podielov na zisku
- poistenie fakticky nemá tvorenú rezervu životného poistenia, resp. táto rezerva je zanedbateľne malá. Napr. v prípade dočasného poistenia 40-ročného muža pre prípad smrti s poistnou čiastkou 1000 Sk na dobu 20 rokov dosahuje netto rezerva maximálnu hodnotu 39,10 Sk, čo sú 4% poistnej čiastky
- z výpočtového hľadiska je tu zásadný rozdiel, pretože zatiaľ čo v kapitálovom životnom poistení sa dá pre zadané poistné jednoznačne nájsť poistná suma a pre danú poistnú sumu poistné (ide o bijekciu), v IŽP môžu byť pre rovnaké poistné zvolené rôzne poistné sumy. To sa samozrejme odrazí v poistnom plnení na konci poistnej doby.

Výhody IŽP oproti kapitálovému životnému poisteniu:

a) pre poisťovňu:

- Jednoznačne najväčším prínosom je zbavenie sa investičného rizika, ktoré teraz nesie klient.
- Poisťovňa nemusí vyhradiť svoje sily na investičnú správu - tak, ako je to v prípade životného poistenia, kde sa treba starať o vhodné investovanie rezerv a ich zhodnocovanie.
- Atraktívna príležitosť prepojenia bankového sektora s poisťovňou. Vo svete je bežné, že silné poisťovne si zakladajú alebo kupujú podielové fondy (dokonca aj banky), ktoré potom uprednostňujú vo svojich produktoch. Rozbehnutie aktivít poisťovne v bankovej oblasti môže byť veľmi úspešný obchod.
- Marketingové výhody pri predaji produktu. Ide o techniku predaja produktu klientovi, ktorú by mal využívať obchodný zástupca. Napr. - IŽP sa dá ponúkať ako moderná investícia do poistenia spojeného s vysoko výnosnými fondmi investujúcimi do akcií firiem svetového mena. Pozadie svetových akciových búrz a renomovaných spoločností vytvára pre bežného klienta veľmi atraktívny „imidž“.

b) pre klienta:

- Je tu reálna možnosť vyššieho výnosu ako v životnom poistení.
- Existuje tu možnosť flexibilne reagovať na ekonomický vývoj v krajine. V prípade recesie sa môžu podielové jednotky presunúť do konzervatívnejších dlhopisových fondov, zatiaľ čo v prípade prosperity sa aktíva podielového účtu môžu presunúť do výnosnejších akciových fondov.
- Klient môže flexibilne zohľadniť prípadné výkyvy vo svojom príjme. V IŽP je úplne bežné, že klient môže platiť mimoriadne poistné alebo môže niekoľko splátok vynechať.
- Klient si môže sám kedykoľvek (aj denne) vypočítať hodnotu svojej poistnej zmluvy, čo nie je také ľahké u kapitálového životného poistenia.

Nevýhody IŽP oproti kapitálovému životnému poisteniu:

a) pre poisťovňu:

- Vysoké počiatkové náklady a s nimi spojené finančné problémy.
- Veľmi obmedzená možnosť tvorby zisku - fakticky len z poplatkov.
- Marketingové hrozby súvisiace s prípadným krachom podielových fondov, ktoré poisťovňa ponúka. V prípade negatívneho vývoja vo fonde si klient spojí takýto investičný neúspech aj s poisťovňou, čo môže veľmi pokaziť dobré meno poisťovne. Prirodzene, že je to neobjektívne, ale treba si uvedomiť, že pri IŽP klient vníma poisťovňu a podielové fondy ako jeden celok.

b) pre klienta:

- Vyššie riziko ako pri kapitálovom životnom poistení. Celé investičné riziko nesie klient sám. V prípade negatívneho vývoja vo zvolených podielových fondoch klient pri dožití konca poistnej doby môže dostať dokonca menej peňazí, než vložil.
- Väčšia závislosť produktu na ekonomickom vývoji v krajine. Nepriaznivý ekonomický vývoj sa takmer ihneď odrazí na výkonnosti podielových fondov, čo znamená zníženie hodnoty osobného účtu klienta a tým aj poistného plnenia. V prípade životného poistenia dokáže silná poisťovňa negatívne dôsledky ekonomiky čiastočne tlmiť, vykryť straty a udržať poistné

rezervy na požadovanej úrovni. Týka sa to predovšetkým poisťovní, ktoré majú silné medzinárodné zázemie.

3.4 Problémy a ich možné riešenia

Najväčším problémom v IŽP sú veľké počiatkové náklady (najmä provízia pre sprostredkovateľov). Tento problém sa samozrejme vyskytuje aj u kapitálového životného poistenia, ale v prípade IŽP je oveľa markantnejší. Počiatkové náklady musia byť neskôr kompenzované následnými príjmami. Nie je možné uhradiť všetky tieto výdaje z poistného plateného klientom, pretože produkt by sa stal pre klienta neatraktívny. Vzniknutý deficit sa dá riešiť viacerými spôsobmi:

- pôžička na úkor poisťovateľa: tento prístup je pre poisťovňu nevýhodný a v praxi sa nepoužíva
- vysoká prvá splátka poistného: tento prístup je neatraktívny pre klientov, pred ktorými sa dá ťažko skryť, že takéto navýšenie je zjavne určené na pokrytie nákladov poisťovateľa (v konkurenčnom prostredí práve naopak produkty lákajú potenciálnych klientov počiatkovým znížením poistného)
- rozloženie províznych nákladov na viacero období: takýto prístup je v praxi ťažko presadiť, pretože väčšina obchodných zástupcov a maklérov sa prispôsobila vysokej jednorázovej provízií
- pôžička na úkor zaistovateľa : ide o jednu z foriem tzv. finančného zaistovania, kedy prvotným dôvodom zaistovania nie je ochrana proti rizikám, ale určité finančné a daňové ciele; v praxi má pôžička zaistovateľa poisťovateľovi na financovanie nového obchodu väčšinou formu veľmi vysokej provízie za dojednanie zaistného obchodu a vracia sa rozpočítaná do nákladovej zložky jednotlivých splátok zaistného
- pôžička na úkor iných poistiek: pôžička sa realizuje na úkor tých poistiek v poistnom kmeni, ktoré majú kladný korunový účet, a je splácaná neskôr, akonáhle začnú do poistky prichádzať kladné finančné toky; ide o lacný zdroj úverového kapitálu, pretože poisťovateľ si požičiava s nízkou úrokovou mierou typickou pre korunové účty
- pôžička na úkor danej poistky: realizuje sa napr. tak, že pri prvých splátkach poistného dochádza k malej alokácii do podielového účtu, aby sa pokryli práve počiatkové náklady,

pričom neskôr poisťovateľ kompenzuje tuto „počiatočnú pôžičku od klienta“ takmer stopercentnou alokáciou ďalších splátok poisťného do podielového účtu; podobný prístup spočíva v odlišovaní počiatočných podielových jednotiek nakupovaných za prvé splátky poisťného, z ktorých na rozdiel od neskôr zakúpených podielových jednotiek plynú poisťovateľovi vyššie správne poplatky

4 Profit testing

Profit testing (testovanie ziskovosti) je v poisťovníctve moderná metóda, ktorá skúma množinu poistných zmlúv ako systémy finančných tokov realizovaných v rámci týchto zmlúv. Poistné zmluvy sa dajú chápať ako investícia poisťovne. Naším cieľom je testovať ziskovosť tejto investície z hľadiska viacerých faktorov, aby sme ju v budúcnosti mohli udržať v prijateľných medziach pomocou vhodnej voľby parametrov poistného produktu.

4.1 Princípy metódy testovanie ziskovosti

K určení súčasnej hodnoty budúcich finančných tokov sa v rámci testovania ziskovosti používa tzv. *riziková diskontná miera (risk discount rate)*, ktorá zohľadňuje cenu investičného kapitálu a riziko spojené s jeho investovaním práve do daného poistného podnikania. Na konci 90-tych rokov sa jej hodnota na Slovensku pohybovala v priemere okolo 13 %. V západnej Európe sa pohybuje medzi 10% až 15 %.

Pre potrebu vyhodnocovania zisku z poistnej zmluvy na konci jednotlivých rokov zavedieme *výskyt zisku (profit signature)*. Je to zisk očakávaný v jednotlivých rokoch t poistenia z hľadiska práve predanej poistky uvažovaného typu, ktorá je na začiatku jednotlivých rokov t poistenia v platnosti s pravdepodobnosťami ${}_{t-1}p_x$ prežitia do tohto momentu. Taktiež by sa v dokonalejšom modeli malo uvažovať s možnosťou odkúpenia poistky. V našom jednoduchšom modeli zatiaľ odkup nebudeme zohľadňovať.

Čistá hodnota zisku (NPV) sa rovná sume súčasných hodnôt výskytov zisku v jednotlivých rokoch poistenia. Intuitívne sa dá chápať ako „hodnota poistného produktu“.

Prirodzene, že ziskovosť je pojem relatívny a rôznym investorom sa môže zdať investícia rozlične výhodná. Preto sa profit testing vyhodnocuje na základe viacerých kritérií, ktoré by mali podať objektívny obraz o poistnom produkte:

a) *Zisk ako percento provízií nákladov*: Toto kritérium vyjadruje pomer počiatkovej hodnoty NPV k províziám nákladom. Popisuje poistný produkt z hľadiska provízií nákladov, ktoré sú najväčšou časťou nákladov pri uzavretí novej poistnej zmluvy. Poisťovňa pomocou výšky provízií reguluje predaj poistného produktu. Vyššie provízie sa sprostredkovateľom vyplácajú pri

tom produkte, ktorý je poisťovňou preferovaný. Na ohodnotenie daného produktu z hľadiska preferovania slúži práve toto kritérium.

b) *Miera zisku (profit margin, minimálny zisk)*: Toto kritérium vyjadruje pomer počiatkovej hodnoty NPV k počiatkovej hodnote splátok brutto poisťného, ktorá je tiež spočítaná pre rizikovú diskontnú mieru a rešpektuje úmrtnosť.

c) *Zisk podľa rýchlosti návratu investovaného kapitálu (tzv. breakpoint)*: Toto kritérium charakterizuje poisťný produkt z hľadiska časovej návratnosti kapitálu. Ak postupne počítame hodnoty výskytu zisku PV_k kumulovane (samozrejme, že s využitím rizikovej diskontnej miery), tak tzv. *doba návratnosti investície (discounted payback period)* je také k , pre ktoré je PV_k po prvý krát nezáporné. Kritérium je tým lepšie, čím je k menšie.

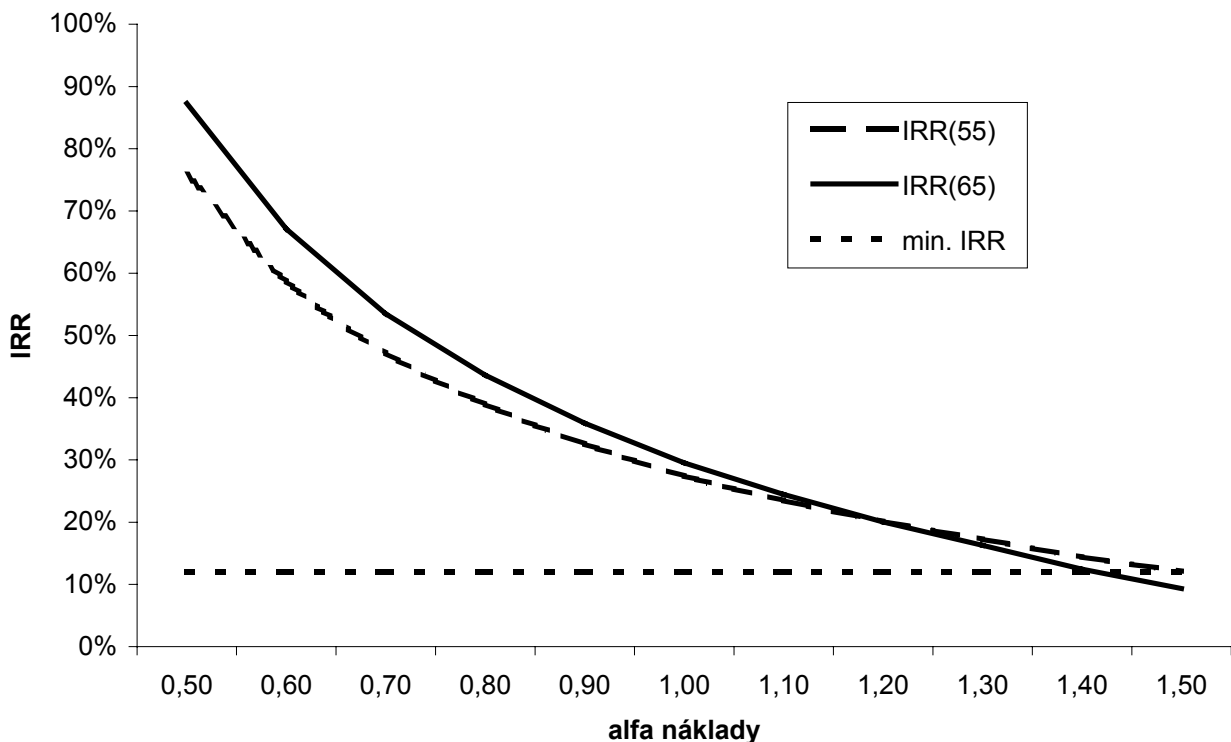
d) *Vnútoraná miera výnosnosti (IRR – initial rate of return)*: Vnútoraná miera výnosnosti je diskontná miera, pre ktorú je NPV nulová (analogicky ako výnosnosť do splatnosti pri cenných papieroch). Pre akcionárov poisťovne je to najdôležitejší údaj, ktorý indikuje ziskovosť poisťného produktu.

Každé zo štyroch kritérií posudzuje poisťný produkt z iného pohľadu. Je preto dôležité, aby sa pri voľbe parametrov, s ktorými sa poisťný produkt zrealizuje, zohľadnili všetky kritériá. Rôzni investori prisudzujú jednotlivým kritériám rôznu váhu, ale vždy platí, že sa treba vyhnúť jednostrannému hodnoteniu poisťného produktu, ktoré môže byť zavádzajúce. Napríklad vysoká IRR, čo je pre akcionárov veľmi atraktívne, vo všeobecnosti ešte neznamená, že poisťný produkt je výhodný. Môže sa stať, že pri vysokej IRR je vysoká aj doba návratnosti investície ($k >$ poisťná doba), čo znamená, že poisťovňa musí mať k dispozícii veľké množstvo zdrojov na vykrytie straty počas doby, keď je produkt ešte neziskový. Takto zvolený poisťný produkt by mohol poisťovní spôsobiť vážne finančné problémy.

4.2 Sensitivity testing

Na čo najvhodnejšie zvolenie parametrov poisťného produktu slúži *testovanie citlivosti (sensitivity testing)*. Tu sa zisťuje, na akých parametroch daná poisťka najviac závisí (*value drivers*), a hľadá sa ich maximálna prípustná úroveň z hľadiska kritérií uvedených vyššie.

Ako príklad uvádzam zobrazenie závislosti IRR od výšky α -nákladov pre parametre poistnej zmluvy IŽP: 35-ročný muž, poistná doba 10 rokov, poistná suma 100000,- , ročné poistné 12000,- , minimálna požadovaná úroveň IRR = 12 %. Graf závislosti obsahuje viacero priebehov IRR pre rôzne poistné doby. Kvôli prehľadnosti som ponechal len dve – 55 a 65 rokov. Je dôležité kategorizovať zobrazenie závislosti podľa poistnej doby, pretože ako je na obrázku vidno, pre hodnotu $\alpha = 1,4$ poistná zmluva na dobu 65 rokov už minimálnej hodnote IRR nevyhovuje, zatiaľ čo poistná zmluva na 55 rokov má ešte stále IRR nad 12 %:



V takomto prípade by zrejme poistný matematik nenamietal proti zvoleným parametrom poistného produktu, pretože poistné zmluvy na dobu 65 rokov sa v praxi vyskytujú len veľmi zriedka (prípadne vôbec), a preto je takéto porušenie minimálnej hranice IRR pre poisťovňu zanedbateľné. Z priebehu grafu je vidno, že min. hranica IRR sa poruší aj pri poistnej zmluve na 55 rokov, ale zjavne až pre α -náklady väčšie ako 1,5. To už je ale nezaujímavé, pretože tak vysoké náklady by urobili tento produkt nepredajným.

Všetko je ale otázka záujmov akcionárov. V prípade, že by akcionári dávali dôraz na poistné zmluvy s poistnou dobou 65 rokov (tzv. celoživotné poistenie; vstupný vek by už nemohol byť 35 rokov), museli by sa parametre poistného produktu prehodnotiť.

4.3 Profit testing ako súčasť riadenia poisťovne

Profit testing je však len časťou celej kontrolnej metodiky uplatňovanej v poisťovni, ktorá je založená na tzv. implicitnej hodnote poisťovne.

Zadefinujme si niekoľko pojmov:

Implicitná hodnota poisťovne (embedded value) je tvorená hodnotou všetkých voľných aktív poisťovne a hodnotou jej obchodu v platnosti.

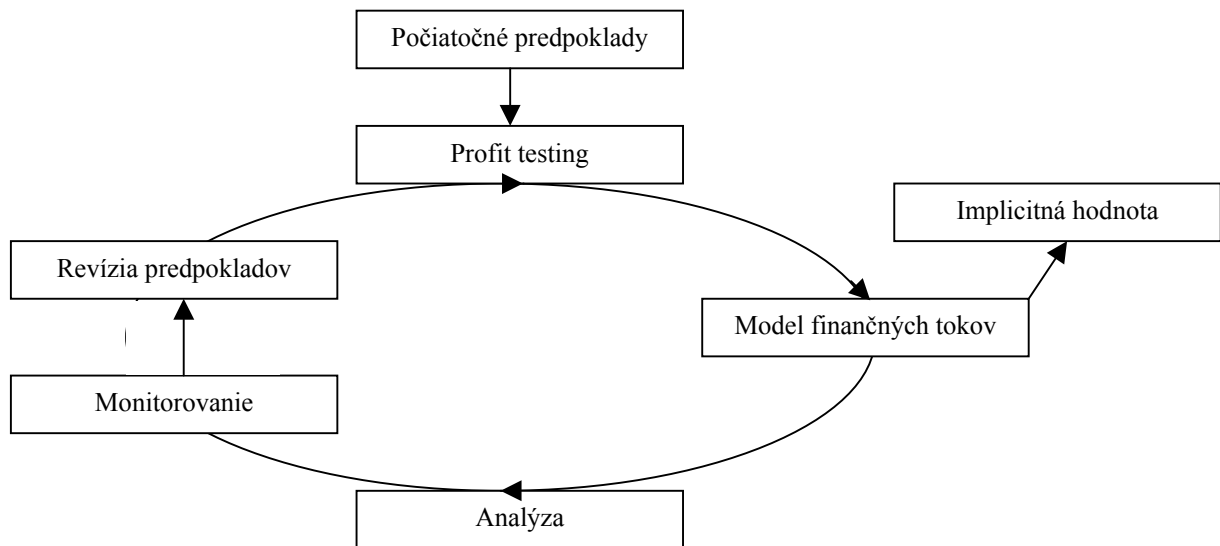
Voľné aktíva poisťovne (free surplus) sú prostriedky, ktoré nie sú viazané k žiadnemu obchodu poisťovne. Akcionári s nimi môžu voľne manipulovať bez toho, aby ohrozili solventnosť poisťovne (krytie záväzkov poisťovne voči poisteným). Pri zisťovaní hodnoty voľných aktív sa používa ich momentálna tržná hodnota.

Hodnota obchodu v platnosti (value of business in force) je súčasná hodnota budúcich ziskov očakávaných z existujúceho obchodu v platnosti (t.j. poistiek, predaných v minulosti, ktoré zostávajú v účtovníctve poisťovne, lebo sa ešte neskončila ich platnosť). Navyše je tu ešte zahrnutý kapitál požadovaný ako bezpečnostná rezerva pre udržanie solventnosti poisťovne (solvency margin), ale nie je sem zahrnutá hodnota budúceho obchodu poisťovne (goodwill).

Zmena implicitnej hodnoty poisťovne počas roka je pre akcionárov a management dôležitým indikátorom, lebo zohľadňuje úspešnosť poisťovne počas roka. V praxi sa realizuje určitý cyklus, ktorý pozostáva z nasledujúcich fáz:

- prijatie nových či revidovaných predpokladov a cieľov pre činnosť poisťovne v nadchádzajúcom období
- profit testing za platnosti prijatých nových predpokladov
- rekonštrukcia modelu finančných tokov a jeho využitie k výpočtu implicitnej hodnoty danej poisťovne
- analýza výsledkov vrátane novej vypočítanej implicitnej hodnoty
- nepretržité monitorovanie plnenia stanovených cieľov a odchýlok reality od použitých predpokladov
- revízia predpokladov pre budúce obdobie

Schéma postupu:



4.4 Príklad aplikácie testovania ziskovosti

Ako praktickú aplikáciu metódy uvediem jednoduchý príklad testovania ziskovosti dočasného poistenia pre prípad smrti.

Príklad:

Poistený 50-ročný muž na dobu 5 rokov s poistnou čiastkou 1000000,- Sk a s ročným brutto poistným predpísaným vo výške 11200,- Sk. Poistno-technická úroková miera = 4,5 %. Poistné sa platí na začiatku jednotlivých poistných rokov a poistné plnenie na konci poistného roku úmrtia. Počiatočné jednorázové náklady sa skladajú z dvoch zložiek: 35 % z ročného brutto poistného (v rámci toho sú 20 % provízne náklady) a paušálna čiastka 1000,- Sk na jednu poistku. Bežné správne náklady sa skladajú z: 5 % ročného brutto poistného a pevnej čiastky 300,- Sk na jednu zmluvu. Skutočne dosiahnutá úroková miera sa odhaduje na 10 % a riziková diskontná miera je 13 %.

Riešenie:

Príklad je zjednodušený, nesústredíme sa na výpočet brutto poistného a brutto rezervy, ale na výpočty finančných tokov prislúchajúcich poistným zmluvám.

Ročné brutto poistné je teda podľa zadania 11 200,- Sk. Brutto rezerva je počítaná ako ${}_{x-49}V_{50,5}^{brutto}$ pre x od 50 do 54, pričom na začiatku prvého roka bola nulová. Je nutné poznamenať, že napriek tomu, že dočasné poistenie na dožitie nie je rezervotvorné (resp. tvorí zanedbateľne malé rezervy), v detailnej analýze profit testing zahrnieme aj takto relatívne malé hodnoty brutto rezervy.

Nasledujúca tabuľka obsahuje príslušné koeficienty z úmrtnostných tabuliek spolu s vypočítanou brutto rezervou:

x	q_x	p_x	${}_{x-50}P_{50}$	${}_{x-49}V_{50,5}^{brutto}$
50	0,008394	0,991606	1,000000	179
51	0,009557	0,990443	0,991606	1448
52	0,010552	0,989448	0,982129	1785
53	0,011321	0,988679	0,971129	1367
54	0,012235	0,987765	0,960764	0

Finančné toky pre poistnú zmluvu, ktorá je platná na začiatku t -ého roku poistenia ($t=1, \dots, 5$):

t	Poistné v roku t	Náklady v roku t	Výnos z poistného v roku t	Poistné plnenie očakávané v roku t	Výnos z brutto rezervy v roku t	Prídela do brutto rezervy očakávaný v roku t	Zisk z poistky v platnosti na začiatku roku t
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	11200	-4920	628	-8394	0	-177	-1663
2	11200	-860	1034	-9557	18	-1255	580
3	11200	-860	1034	-10552	145	-318	649
4	11200	-860	1034	-11321	178	433	664
5	11200	-860	1034	-12235	137	1367	643

Pre jednotlivé finančné toky (stĺpce) platí:

- (1): poistné zaplatené na začiatku roku t
- (2): správne náklady čerpané na začiatku roku t (napr. pre $t = 1$: $0,35 \cdot 11200 + 1000 = 4920$)
- (3): výnos z poistného v roku t (napr. pre $t = 1$: $0,10 \cdot (11200 - 4920) = 628$)

- (4): poistné plnenie očakávané v roku t (napr. pre $t = 1$: $1000000 \cdot q_{50} = 1000000 \cdot 0,008394 = 8394$)
- (5): výnos z brutto rezervy v roku t (napr. pre $t = 2$: $0,10 \cdot 179 = 18$)
- (6): prídel do brutto rezervy očakávaný v roku t (napr. pre $t = 2$: $1448 \cdot p_{51} - 179 = 1448 \cdot 0,990443 - 179 = 1255$)
- (7): zisk očakávaný v roku t z poistky, ktorá je v platnosti na začiatku roku t (napr. pre $t = 2$: $11200 - 860 + 1034 - 9557 + 18 - 1255 = 580$)

Výskyt zisku pre jednotlivé poistné roky:

t	Zisk z poistky v platnosti na začiatku roku t	${}_{t-1}P_{50}$	Výskyt zisku (profit signature)
1	-1663	1,000000	-1663
2	580	0,991606	575
3	649	0,982129	637
4	664	0,971766	646
5	643	0,960764	618

Výskyt zisku sme počítali ako súčin zisku z poistky v platnosti a príslušnej pravdepodobnosti prežitia.

Z tabuľky je vidno, že výskyt zisku má typický priebeh – na začiatku poistnej doby vzniká výrazná *potreba kapitálu pre nový obchod* (new business strain), ktorá je kompenzovaná nasledovnými prílevmi zisku v ďalších rokoch.

Celková súčasná hodnota výskytu zisku z takejto poistnej zmluvy je:

$$NPV = \frac{-1663}{1+0,13} + \frac{575}{(1+0,13)^2} + \frac{637}{(1+0,13)^3} + \frac{646}{(1+0,13)^4} + \frac{618}{(1+0,13)^5} = 151 \text{ Sk.}$$

Jednotlivé kritéria potom budú:

(a) Zisk ako percento províznych nákladov:

$$\frac{NPV}{0,20 \cdot 11200} \cdot 100 = \frac{151}{0,20 \cdot 11200} \cdot 100 = 6,74 \%$$

Pokiaľ by, napríklad, podľa predstáv investora mala byť hodnota tohto kritéria aspoň 10 % (čiže podľa názoru investora by išlo o príliš preferované poisťné zmluvy), bolo by nutné zmeniť niektoré parametre – napr. zvýšiť brutto poisťné alebo znížiť provízie.

(b) Miera zisku:

$$\frac{NPV}{11200 \cdot \ddot{a}_{50,5|13\%}} \cdot 100 = \frac{151}{11200 \cdot 3,909430} \cdot 100 = 0,35 \%$$

Výsledná miera zisku 0,35 % je dosť nízka, takže na základe tohto kritéria by akcionári poisťovne asi požadovali zmenu parametrov poisťky.

(c) Zisk podľa návratu investovaného kapitálu:

$$PV_1 = \frac{-1663}{1+0,13} = -1472 \text{ Sk}$$

$$PV_2 = \frac{-1663}{1+0,13} + \frac{575}{(1+0,13)^2} = -1022 \text{ Sk}$$

$$PV_3 = \frac{-1663}{1+0,13} + \frac{575}{(1+0,13)^2} + \frac{637}{(1+0,13)^3} = -580 \text{ Sk}$$

$$PV_4 = \frac{-1663}{1+0,13} + \frac{575}{(1+0,13)^2} + \frac{637}{(1+0,13)^3} + \frac{646}{(1+0,13)^4} = -184 \text{ Sk}$$

$$PV_5 = NPV = \frac{-1663}{1+0,13} + \frac{575}{(1+0,13)^2} + \frac{637}{(1+0,13)^3} + \frac{646}{(1+0,13)^4} + \frac{618}{(1+0,13)^5} = 151 \text{ Sk}$$

Ako vidíme, výsledná doba návratnosti je vysoká, pretože sa rovná celej poisťnej dobe ($k = 5$). Čiže aj z hľadiska tohto kritéria je teda nutné zmeniť parametre poisťnej zmluvy.

(d) Vnútoraná miera výnosnosti:

$$\frac{-1663}{1+IRR} + \frac{575}{(1+IRR)^2} + \frac{637}{(1+IRR)^3} + \frac{646}{(1+IRR)^4} + \frac{618}{(1+IRR)^5} = 0$$

Z toho dostávame $IRR = 17,79 \%$, čo je relatívne vyhovujúca hodnota.

5 Výpočtový modul

Program som vyvinul na základe poznatkov, ktorým som sa venoval v predchádzajúcej časti diplomovej práce. Okrem týchto vedomostí som vo veľkej miere využil know-how, ktorý som získal v práci a ktorý sa v bežnej literatúre nenachádza. V tejto kapitole by som sa chcel sústrediť práve na tie výpočty v programe, ktoré doteraz neboli vysvetlené. Predovšetkým popíšem hlavné modely v programe - Policy Model, Cash Flow Model, Indexation Model. V rámci nich spomeniem najdôležitejšie súvislosti a vzorce použité vo výpočtoch.

Hlavnou úlohou programu je modelovať priebeh investičného životného poistenia a vypočítať poistné plnenie pre prípad dožitia. Ďalšou úlohou je modelovať všetky finančné toky v poisťovni týkajúce sa tohto poistného produktu a na ich základe vykonať analýzu poistného produktu pomocou profit testing a sensitivity testing.

Program sa bude používať aj v praxi – v odbytovej sieti Generali Poisťovne. Avšak bude slúžiť len ako jadro určené pre niektoré obmedzené výpočty. Obchodní zástupcovia ho budú používať na výpočet priebehu poistného plnenia zo zadaného mesačného poistného a poistnej sumy pre prípad úmrtia.

5.1 Vstupné údaje

V programe je veľké množstvo vstupných údajov, pričom väčšinu z nich tvoria poplatky, ktoré sú udané buď percentuálne alebo v pevnej výške. Práve vhodné nastavenie parametrov poplatkov je pre poisťovňu najťažšou úlohou. Často sa stáva, že poisťovňa tieto poplatky v priebehu času mení a to tak, ako sa to pre ňu práve zdá byť výhodné. Teoreticky je možné, že poisťovňa nájde tie najvhodnejšie hodnoty postupnými empirickými pokusmi, ktoré sú usmerňované analýzami testovania zisku a citlivosti. Takéto pokusy by sa však nemali často opakovať, pretože zmeny poplatkov znižujú dôveru klienta k poisťovni. Ako znak toho, že v súčasnej dobe treba dávať na takéto metódy zvýšený dôraz, pripomeniem, že na Slovensku od roku 2001 (kedy sa začalo predávať IŽP) takmer všetky poisťovne menili výšky poplatkov a tým aj výšku poistného plnenia pre klienta.

Prehľad všetkých vstupných údajov uvádzam v prílohe 1 (tabuľka Vstupné parametre). Tu je vysvetlenie tých parametrov, ktoré som zatiaľ nespomenul:

Úrokové miery:

- *rast podielového fondu*: ročný percentuálny rast podielového fondu využívaný na výpočet ceny podielových jednotiek
- *požadovaná miera zisku*: využíva sa ako minimálna hranica kritéria v sensitivity testing
- *skutočne dosiahnutá úroková miera*: využíva sa na úročenie korunového účtu a voľného kapitálu v prípade, že je kladný
- *úroková miera voľného kapitálu*: úročí sa ňou voľný kapitál v prípade, že je záporný, čiže úročí sa dlh
- *úroková miera nesplatených počiatočných nákladov* - i_{NPN} : využíva sa na úročenie nesplatených počiatočných nákladov
- *inflácia* - i_{inf} : využíva sa ako základ pre indexáciu poistného a poistnej sumy, tiež sa musí zohľadniť aj pri zvyšovaní paušálnych nákladov, ktoré podliehajú inflácií

Percentuálne koeficienty:

Ich význam je najmä v tom, že v programe potrebujem pružne modifikovať výšku niektorých parametrov bez toho, aby som menil pôvodne zadané hodnoty. Je to potrebné pre sensitivity testing, ktorý je založený na modifikácii sledovaného parametra.

- *% úmrtnosti*: percentuálne zohľadnenie q_x (pravdepodobnosti úmrtia) z úmrtnostnej tabuľky. Týmto si poisťovňa umelo vytvára zisk z podúmrtnosti.
- *% odkupu*: percentuálne zohľadnenie výšky koeficientov odkupu
- *počiatočné množstvo poistných zmlúv*: počet poistných zmlúv v sledovanom fiktívnom súbore
- *% inflácie v indexácii*: percentuálne zohľadnenie výšky inflácie v indexácii
- *% indexácie*: množstvo poistných zmlúv s indexáciou z celkového počtu zmlúv v sledovanom fiktívnom súbore

Náklady:

Výška α - nákladov je určená pre bežne platené a pre jednorazové poistné samostatne. Tieto hodnoty nie sú zadávané priamo, ale sú vyjadrené cez príslušné percentuálne koeficienty.

- $\% \alpha$ - *bežné poistné*: percentuálny koeficient skutočnej výšky provízií bežného poistného z α - nákladov.
- $\% \alpha$ - *jednorazové poistné*: percentuálny koeficient skutočnej výšky provízií jednorazového poistného z α - nákladov.

Pre bežné aj jednorazové poistné platí: $\alpha = \frac{\% \alpha}{\% \text{provízie}}$. To znamená, že poisťovňa si takto

vytvára zisk, pretože skutočne zaplatené provízie budú menšie ako prijaté poplatky na počiatkové náklady (podobne ako pri podúmrtnosti).

- α_0 : počiatkové paušálne náklady na jednu poistnú zmluvu
- α_{ind} : počiatkové náklady z časti poistného vzniknutého indexáciou (taktiež počítaného cez $\% \alpha$)
- n_α : maximálna dĺžka splácania počiatkových nákladov. To znamená, že do uplynutia 5 rokov od vzniku počiatkových nákladov musia byť náklady splatené zo splátok poistného.
- m, m_{inv} : percentá poplatku správnych nákladov zo stavu podielového účtu na začiatku roka
- m_K : paušálny poplatok správnych nákladov
- γ : inkasné náklady udané ako percento zo splátky poistného
- *bid-offer spread*: percentuálny rozdiel medzi predajnou a nákupnou cenou podielových jednotiek
- *začiatok odkupu*: rok poistnej doby, od ktorého je možné odkúpiť zmluvu od poisťovne
- *$\% \text{clawback}$ zvyšujúci odkúpnu hodnotu*: pod "clawback" rozumieme výšku spätne odňatej provízie v prípade odkupu. Obchodný zástupca musí časť provízie vrátiť, ak bola poistná zmluva odkúpená do stanoveného časového limitu. Odkúpna hodnota by sa mala o túto sumu zvýšiť, ale je to len na poisťovni, či túto sumu vráti klientovi. Práve to udáva tento koeficient.
- *poplatok za odkup*: poplatok za odkup poistnej zmluvy

Skutočné výdaje:

Figurujú na strane skutočných príjmov poisťovne v Cash Flow Modely. Rozdiel medzi nimi a nákladmi, ktoré sa účtujú na každú poistnú zmluvu, vytvára zisk poisťovne.

- *počiatkové náklady*: výška paušálnych počiatkových nákladov poisťovne na jednu poistnú zmluvu

- *%provízie*: percentuálna výška provízie zo splátky poistného (je počítaná z províznych tabuliek poisťovne)
- *indexová provízia*: percentuálna výška skutočnej indexovej provízie
- *následná provízia*: percentuálna výška provízie zo splátky poistného druhom a vyššom roku poistenia
- *doba následnej provízie*: počet rokov platenia následnej provízie obchodným zástupcom
- *inkasné náklady*: paušálne náklady spojené s inkasovaním poistného na jednu poistnú zmluvu
- *správne náklady, % správne náklady*: paušálne správne náklady
- *náklady pri úmrtí, dožití, odkupe*: ďalšie paušálne náklady spojené s poistnou zmluvou

Okrem doteraz uvedených vstupných údajov program používa úmrtnostné tabuľky uvedené v prílohe („Úmrtnostná tabuľka – Muži“ a „Úmrtnostná tabuľka – Ženy“). Sú to slovenské úmrtnostné tabuľky z roku 1996 modifikované takým spôsobom, aby koeficienty v nich boli pre poisťovňu výhodné. Tento stav sa môže dosiahnuť napríklad tak, že poisťovňa si posunie všetky hodnoty v tabuľke o 5 riadkov nadol.

5.2 Rizikové poistné

Poistný produkt v programe zodpovedá variantu b) IŽP z tretej kapitoly, čo je dočasné poistenie na úmrtie s nepravidelne znižujúcou sa poistnou sumou. Rizikové poistné jednej poistnej zmluvy vypočítame nasledovne:

Nech S_t je výška poistnej sumy, ktorá musí byť krytá z rizikového poistného počas časovej jednotky t , t.z. rozdiel medzi zvolenou garantovanou poistnou sumou pre prípad úmrtia a stavom podielového účtu na konci predchádzajúceho roka. Úroková miera na jednu časovú jednotku je v a q_{x+t} je pravdepodobnosť úmrtia $(x+t)$ -ročnej osoby na jednu časovú jednotku. Potom rizikové poistné P_t za časovú jednotku t vypočítame:

$$P_t = S_t \cdot \frac{v' \cdot q'_{x+t}}{1 - v' \cdot q'_{x+t}},$$

kde v' , q'_{x+t} sú v , q_{x+t} na jednu časovú jednotku. Vypočítame ich takto:

$$v' = v^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{(1+i)^{\frac{1}{m}}}; \quad q'_{x+t} = \frac{q_{x+t}}{m},$$

kde m je počet časových jednotiek v roku, $t = 0, 1, \dots, n-1$, n je počet rokov poistnej doby a i je ročná poistno-technická úroková miera.

Keďže poistná suma sa mení nepravidelne, nedá sa poistné počítať klasickým spôsobom cez poistné vzorce, ale pre každú časovú jednotku je treba určiť poistné samostatne pomocou vyššie uvedeného vzorca na základe aktuálnej výšky poistnej sumy. Intuitívne odvodenie vzorca spočíva v myšlienke, že výdavky poisťovne na pokrytie rizika úmrtia na jednu poistnú zmluvu sú poistná suma krát počet úmrtí delené počtom žijúcich. Pravdepodobnosť úmrtia je diskontovaná, pretože poistné plnenie sa vypláca na konci roka a výška poistnej sumy je udaná k začiatku roka. To celé ešte treba uvažovať v rámci jednej časovej jednotky, preto sú ročná úroková miera a pravdepodobnosť úmrtia rozdelené na príslušné čiastkové hodnoty.

Prirodzene, že pre celý výpočet poistného sa dá zvoliť iný prístup. Takisto aj delenie pravdepodobnosti úmrtia na jednu časovú jednotku sa dá počítať ináč. Avšak spôsob, ktorý som zvolil ja, je plne vyhovujúci a vhodný pre ďalšie výpočty v poisťovni.

5.3 Nesplatené počiatkové náklady

V programe existujú dve najproblematickejšie oblasti – počiatkové náklady a indexácia poistenia. Počiatkové náklady sú z väčšej miery tvorené províznymi nákladmi a podrobná analýza provízií je absolútna priorita pre každú poisťovňu. Preto je zadávanie vstupných parametrov počiatkových nákladov také komplikované a výpočty okolo nesplatených nákladov čo najpresnejšie. Tohto problému sa týka aj indexácia poistenia, pretože pri nej vznikajú nové provízne náklady, ktoré musia byť opäť zahrnuté do nákladov, čím vznikne model nesplatených počiatkových nákladov indexovaných zmlúv (Indexation UIC Model).

Nesplatené počiatkové náklady (Unpaid Initial Costs; UIC; NPN) je tá časť počiatkových nákladov, ktoré ešte nie sú uhradené zo splátok poistného a sú pasívnou finančnou položkou poisťovne. Nie sú priamo splácané ani z podielového ani korunového účtu, ale z ďalšej skupiny finančných prostriedkov – *z voľného kapitálu* (*Free Capital*). Tieto finančné prostriedky sú

úročené skutočnou úrokovou mierou v prípade, že majú kladnú hodnotu a úrokovou mierou voľného kapitálu v prípade, že existuje dlh.

Množstvo nesplatených nákladov vypočítame:

$$UIC = \alpha.P.m + \alpha_0$$

Výška doteraz nesplatených NPN v roku t je:

$$UIC_t = UIC \cdot \frac{\ddot{a}_{\overline{x+t, n_\alpha-t}|}}{\ddot{a}_{\overline{x, n_\alpha}|}} = UIC \cdot \frac{(N_{x+t} - N_{x+n_\alpha}) \cdot D_x}{(N_x - N_{x+n_\alpha}) \cdot D_{x+t}},$$

kde n_α je počet rokov splácania počiatočných nákladov.

Mesačné hodnoty nesplatených počiatočných nákladov vypočítame z ročných hodnôt jednoduchou lineárnou aproximáciou. Pre NPN v časovej jednotke i počas roka r bude platiť:

$$UIC_i = \frac{i}{m} \cdot (UIC_{r+1} - UIC_r) + UIC_r,$$

kde m je počet časových jednotiek v roku.

Výška jednej splátky NPN na jednu časovú jednotku:

$$UIC_{spl} = \frac{UIC}{m \cdot \ddot{a}_{\overline{x, n_\alpha}|}^{(m)}} \approx \frac{UIC \cdot \frac{1}{m}}{\ddot{a}_{\overline{x, n_\alpha}|} - \frac{m-1}{2m} \cdot \left(1 - \frac{D_{x+n_\alpha}}{D_x}\right)} = \frac{UIC \cdot \frac{1}{m}}{\frac{N_x - N_{x+n_\alpha}}{D_x} - \frac{m-1}{2m} \cdot \left(1 - \frac{D_{x+n_\alpha}}{D_x}\right)}$$

Treba pripomenúť, že hodnoty všetkých predlehotných dôchodkov v uvedených vzorcoch sa počítajú pri $v = i_{NPN}$, kde i_{NPN} je úroková miera nesplatených počiatočných nákladov.

5.3.1 Nesplatené počiatočné náklady a indexácia poistenia

Z nárastu prijatého poistného spôsobeného indexáciou musí poisťovňa platiť provízie obchodným zástupcom (tzv. *indexová provízia*), čiže vznikajú ďalšie provízne náklady, ktoré treba v nasledujúcich obdobiach splácať. Tým sa zaoberá model nesplatených počiatočných nákladov indexovaných zmlúv (Indexation UIC Model).

Model je založený na jednoduchej myšlienke diferencovania províznych nákladov jednej indexovanej zmluvy do kategórií podľa toho, v ktorom roku náklady vznikli, resp. v ktorom roku indexácia začala. Keďže indexácia sa realizuje každoročne, budeme mať toľko kategórií, koľko

rokov má poistná doba. V rámci každej kategórie prevedieme analogický výpočet ako v predchádzajúcej kapitole a výsledky zapíšeme do prehľadnej tabuľky. Tabuľka tohto modelu sa nachádza v prílohe a má názov „Nesplatené počiatočné náklady indexovaných zmlúv“. Uvedený príklad je pre poistnú zmluvu na 10 rokov a maximálnou dĺžkou splácania počiatočných nákladov 5 rokov.

V riadku $\ddot{a}_{x+t,n(t)}^{(m)}$ je m -krát ročne platený dočasný predlehotný dôchodok $(x+t)$ -ročnej osoby na $n(t)$ rokov, kde x je vstupný vek, t je rok vzniku nákladov resp. indexácie a $n(t)$ je počet rokov splácania nákladov. Doba splácania nákladov $n(t)$ je menšia z hodnôt: n_α , rozdiel roku vzniku indexácie a poistnej doby: $n(t) = \min\{n_\alpha, n - t\}$.

Navýšenie poistného spôsobené indexáciou sa vypočíta:

$$\Delta P_{ind}^t = P \cdot (1 + i_{inf})^{t-1} \cdot i_{inf} \cdot m,$$

kde P je splátka poistného, i_{inf} je percento ročnej inflácie a t je rok poistnej doby, v ktorom indexácia vzniká, $t = 1, 2, \dots, n$. Skutočná indexová provízia, sa potom vypočíta veľmi jednoducho - ako zadané percento skutočnej indexovej provízie z ΔP_{ind}^t .

Príslušné α -náklady pri vzniku indexácie v roku t budú:

$$UIC_{ind}^t = \alpha_{ind} \cdot \Delta P_{ind}^t$$

a z nich príslušná splátka za jednu časovú jednotku roka t :

$$UIC_{spl,ind}^t = \frac{UIC_{ind}^t}{m \cdot \ddot{a}_{x+t,n(t)}^{(m)}}$$

$$\ddot{a}_{x+t,n(t)}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x+t,n(t)} - \frac{m-1}{2m} \cdot \left(1 - \frac{D_{x+t+n(t)}}{D_{x+t}} \right)$$

V hlavnej tabuľke sú jednotlivé stavy NPN rozdelené v stĺpcoch podľa spomínanej kategórie - v ktorom roku náklady vznikli resp. v ktorom roku bola vykonaná indexácia.

Aktuálny stav NPN v roku i počas poistnej doby n , pri vzniku indexácie v roku t a pri maximálnej dobe splácania nákladov n_α sa vypočíta podľa vzorca, $i = 1, 2, \dots, n$:

$$UIC_{ind}^{t,i} = UIC_{ind}^t \cdot \frac{\ddot{a}_{x+i,n(t)+t-i}}{\ddot{a}_{x+t,n(t)}^{(m)}}$$

$$\ddot{a}_{x+i,n(t)+t-i} = \frac{N_{x+i} - N_{x+n(t)+t}}{D_{x+i}}$$

Hodnoty $UIC_{ind}^{t,i}$ sú zapísané do tabuľky, pričom riadok zodpovedá premennej i a stĺpec premennej t .

Je zrejmé, že pri takých hodnotách premenných, keď $t < i$, nemá zmysel hovoriť o indexových nákladoch, takisto ako pre $i - t \geq n_\alpha$. Na takýchto súradniciach sú v tabuľke nulové hodnoty.

Nultý riadok v tabuľke je viac-menej len formálny a označuje začiatok poistenia. Prirodzene, že preň takisto nemá význam uvažovať o indexových nákladoch. V poslednom roku poistenia už by mali byť počiatočné náklady plne splatené, preto sú v ňom taktiež samé nuly.

V každom riadku tabuľky sa nachádzajú sumy nesplatených nákladov k začiatku a koncu roka poistnej doby za všetky kategórie. Tým sme získali celkový prehľad nesplatených počiatočných nákladov z indexovanej zmluvy, ktorý sa premietne do ďalších výpočtov. Na výpočet aktuálneho stavu NPN indexovaných zmlúv v danej časovej jednotke sa použije tá istá interpolačná metóda ako v prípade NPN.

Vytvorený model nie je úplne dokonalý. Prirodzene, že by sa dal vylepšiť. Napríklad tak že, indexácia by prebiehala mesačne alebo jednotlivé splátky NPN počas jedného roka by neboli rovnako veľké.

5.4 Model poistných zmlúv

Model poistných zmlúv (Policy Model) je určený na sledovanie vývoja poistnej zmluvy počas celej poistnej doby. Každé poistné obdobie (časová jednotka) je počítané samostatne a jej výsledky sú základom pre výpočty v nasledujúcom období.

Policy Model je zapísaný do prehľadnej tabuľky uvedenej v prílohe (tabuľka „Policy Model“). Má podobnú štruktúru ako tabuľka použitá v príklade aplikácie metódy profit testing v tretej kapitole, ale s tým rozdielom, že sú použité výrazne komplikovanejšie výpočty.

Základom je nákupná cena prevzatá z historických dát fondu WIOF za uplynulých 7 rokov. Tie stačia na poistnú dobu o dĺžke 7 rokov. Cena v ďalších rokoch sa vypočíta na základe zadanej miery rastu podielového fondu. Predajná cena sa odvodí z nákupnej pomocou zadaného percenta bid-offer spread.

Výpočet nákupnej ceny podielových jednotiek sa dal urobiť aj oveľa zložitejšie – cez časové rady. Na to ale nemám dostatočne veľa dát, keďže podielové fondy, ktoré sú prepojené s IŽP,

pôsobia na Slovensku menej ako 10 rokov. Preto som zvolil jednoduchý výpočet, ktorý je postačujúci. Poistné plnenie, ktoré na základe neho vypočítam, nie je poisťovňou garantované a klientovi sa prezentuje napríklad ako „výnos pri predpokladanom raste fondu 20%“.

Všetky hodnoty poplatkov a zrážok sa počítajú zo zadaných vstupných parametrov. Hodnoty splátok NPN sú prevzaté z modelu nesplatených počiatkových nákladov indexovaných zmlúv, ktorý je opísaný v predchádzajúcich kapitolách.

Dôležitý fakt pre výpočty je, že viaceré položky v tabuľke musia podliehať inflácii. Sú to všetky paušálne poplatky a náklady, ktoré sa musia každoročne navyšovať o infláciu. Okrem toho, v prípade indexovanej zmluvy sa navyšuje splátka poistného a poistná suma o príslušné percento inflácie.

Hlavným výstupom z modelu poistných zmlúv je hodnota podielového účtu po zrážkach a hodnoty nesplatených počiatkových nákladov. Tie sa prenášajú do Cash Flow Modelu.

5.5 Odkúpny model

Dôležitou oblasťou v programe je výpočet odkupného a jeho zohľadnenie vo finančných tokoch (Surrender Model). Ide o čiastku, ktorú poisťovňa vyplatí poistenému v prípade odkúpenia poistnej zmluvy. S tým súvisí vrátenie časti provízií, ktoré obdržal obchodný zástupca (“clawback“). Následne by sa táto čiastka mala pripočítať k odkúpnej sume.

Odhadnúť množstvo poistných zmlúv, ktoré budú odkúpené, nie je jednoduché. Väčšinou sa vyzhádza z doterajších skúseností poisťovne s daným poistným produktom. Program používa sadzobník koeficientov odkupu z publikácie *Munich Re: Pricing Assumptios for Flexi Whole Life Contacts With Regards to Solvency Margins, Tax Position and Mortality Reserves*. V sadzobníku sú udané percentuálne podiely odkúpených poistných zmlúv z celkového počtu zmlúv podľa roku poistnej doby. Je zrejmé, že počet odkúpených zmlúv musí so stúpajúcim rokom poistnej doby klesať.

Odkúpna hodnota sa počíta na základe aktuálneho stavu podielového účtu zníženého o poplatok za odkup a aktuálny stav nesplatených počiatkových nákladov (aj nákladov spojených s indexáciou). K hodnote sa ešte pripočíta príslušná hodnota “clawback“.

5.6 Cash Flow Model

Hlavnou časťou programu je model finančných tokov v sledovanom súbore poistiek (Cash Flow Model). Slúži ako základ pre metódu profit testing a jeho štruktúra je podobná ako v príklade aplikácie profit testing v tretej kapitole. Jednotlivé výpočty zodpovedajú Cash Flow rovniciam uvedeným v tej istej kapitole. Avšak, finančné toky v mojom modeli sú oveľa zložitejšie a detailnejšie.

Model je založený na princípe fiktívneho súboru, pričom sledujeme súbor poistných zmlúv s danými vstupnými parametrami. Počet poistných zmlúv sa pravidelne znižuje o odkúpené zmluvy a tie zmluvy, v ktorých nastala poistná udalosť – úmrtie poisteného. Ich počet sa určí z odkúpeného modelu a z pravdepodobnosti úmrtia v úmrtnostnej tabuľke.

Vo rámci sledovaného súboru poistných zmlúv je potrebné rozlišovať medzi indexovanými a neindexovanými zmluvami. Rozdiel je napríklad v tom, že neindexované zmluvy majú nižšie prijaté poistné ako zmluvy z indexáciou. Situáciu som vyriešil tak, že pre oba druhy zmlúv som vytvoril osobitný Policy Model aj Cash Flow Model, pričom výsledky zo všetkých štyroch modelov som nakoniec sčítal do jedného s tou podmienkou, že jednotlivé finančné položky sa skladajú z pomerného súčtu indexovaných a neindexovaných zmlúv podľa zadaného percenta indexácie.

Tabuľka tohto modelu je uvedená v prílohe pod názvom „Cash Flow Model“. Pozostáva z dvoch hlavných častí: „Poplatky prijaté z poistných zmlúv“ a „Skutočné náklady a príjmy poisťovne“. V prvej časti sú prevzaté údaje z Policy Modelu aplikované na sledovaný súbor poistiek. V druhej časti vystupujú skutočné finančné toky poisťovne vypočítané podľa zadaných vstupných parametrov.

Najväčšími výdajmi sú vyplatené provízie, ktoré sa určujú z províznej tabuľky poisťovne a splátky poisteného. Medzi výdajmi nesmie chýbať aj príslušná indexová provízia z Indexation UIC Modelu, ak ide o indexované zmluvy.

Výnimočnou zložkou skutočných príjmov poisťovne sú príjmy v prípade odkupu poistnej zmluvy. Sú vyjadrené ako minimum z hodnôt: stav podielového účtu znížený o poplatok za odkup, aktuálne množstvo NPN. Tento príjem poisťovne sa musí na konci roka objaviť vo voľnom kapitály, aby vyrovnával vybrané poplatky z poistných zmlúv, ktoré už sú započítané do

finančných tokov. Z tohto dôvodu má táto položka v tabuľke záporné znamienko. Podobne je to aj s položkou "clawback".

Prehľad kľúčových hodnôt v tabuľke:

Nárast korunového účtu	
aktíva	pasíva
Poplatok za inkasné náklady	Vyplatené poistné plnenia pre prípad úmrtia
Zisk z bid/offer spread	Následná provízia
Správne poplatky	Inkasné náklady
Prijaté rizikové poistné	Správne náklady
Zrážky za odkup poistnej zmluvy	Paušálne náklady v prípade odkupu, dožitia, úmrtia

Nárast voľného kapitálu	
aktíva	pasíva
Splátka NPN	Počiatkové náklady
Splátka NPN spôsobených indexáciou	Vyplatená provízia
	Vyplatená indexová provízia
	Suma "clawback" v prípade odkúpenia zmluvy (*)
	Príjmy v prípade odkupu (*)

Položky označené hviezdikou sú také, ktoré napriek tomu, že sú na strane pasív, musia v konečnom dôsledku zvyšovať voľný kapitál. Preto sú v tabuľke uvedené so záporným znamienkom.

Samostatnou časťou tabuľky je časť, v ktorej je vypočítaný Cash Flow a diskontovaný Cash Flow (DCF). To je vlastne výsledok celého modelu. Vo výsledkoch sa uvádza aj diskontované poistné na jednu poistnú zmluvu, Cash Flow počiatkových nákladov, diskontovaný CF počiatkových nákladov pri úrokovej miere voľného kapitálu (DCF PN). Všetko sú to veličiny potrebné na vyhodnotenie kritérií profit testing-u.

Cash Flow sa počíta z nasledovných hodnôt:

Cash Flow	
aktíva	pasíva
Súčet príjmov prijatých z poistných zmlúv	Súčet nákladov
Úrok z korunového účtu	
Úrok z voľného kapitálu	

5.7 Vyhodnotenie výsledkov v programe

Poslednou časťou programu je prehľad vypočítaných výsledkov (príloha „Výstup programu“).

V časti pre klienta sa zobrazuje graf predpokladaného priebehu poistného plnenia pre prípad dožitia, čo je pre predaj poistenia najdôležitejší údaj. V grafe sa zobrazuje aj priebeh zaplateného poistného a výška odkúpnej hodnoty poistnej zmluvy.

Tabuľka, v ktorej sú výstupné údaje obsahuje kritériá vyhodnotenú na základe metódy profit testing. Všetky sú vypočítané z výsledného Cash Flow Modelu. Program počíta len tie kritériá, ktoré sú aktuálne. Nemá význam počítať zisk ako percento provízných nákladov, keďže provízie sú zadané externe cez províziu tabuľku poisťovne pre odvetvie životného poistenia. Naopak, program udáva niektoré kritériá, ktoré doteraz neboli spomenuté. Je to IRR pre Cash Flow počiatočných nákladov poisťovne, čo je veľmi potrebný údaj pre ďalšiu analýzu nákladov v poisťovni. Ďalším novým výsledkom je strata poisťovne z jednej poistnej zmluvy v prvom roku poistenia (maximálna hodnota straty počas poistnej doby) a jej percentuálny podiel z aktuálnej hodnoty zmluvy. Táto hodnota indikuje, či je celá investícia do poistného produktu vôbec znesiteľná pre poisťovňu. Ak je poisťovňa ochotná a schopná vykryť takú vysokú stratu vzhľadom na plánované množstvo uzavretých poistných zmlúv, tak je všetko v poriadku.

Na záver môžem skonštatovať, že nastavenie parametrov poistného produktu, ktoré je uvedené v prílohe, sa zdá byť pre poisťovňu vhodné. IRR o výške 24 % je plne vyhovujúca. Doba návratnosti kapitálu je nižšia ako polovica poistnej doby, čo je pre poisťovňu výhodné. Miera zisku 8,16 % nie je veľmi priaznivá hodnota, ale prípustná pre poisťovňu. Strata v prvom roku 7000 Sk na jednu uzavretú poistnú zmluvu je pre kvalitnú poisťovaciu spoločnosť plne zvládnuteľná a bude vykrytá z prijatého poistného v niekoľkých nasledujúcich rokoch.

5.8 Posúdenie výpočtového modulu

Program je veľmi užitočný nástroj na analýzu investičného životného poistenia a na modelovanie s ním súvisiacich finančných tokov v poisťovni. Veľké množstvo vstupných parametrov umožňuje veľmi citlivo modifikovať vlastnosti poistného produktu. Celý model by sa však dal na niektorých miestach vylepšiť.

Najvhodnejším takým miestom je odhad budúcej ceny jednotiek podielového fondu. Kvalitná predikcia pomocou analýzy časových radov by tu našla veľmi dobré uplatnenie. K tomu som ale nemal dostatok dát.

Slabým miestom modelu je spôsob rozdelenia výpočtových parametrov a hodnôt finančných tokov na časové jednotky pri bežnom platení poistného. Na riešenie tohto problému by v budúcnosti bolo vhodné uvažovať spojitý prístup poistných výpočtov.

Ako u väčšiny výpočtov v poisťovníctve - aj v mojom programe je považovaná úroková miera za konštantnú veličinu. To však nezodpovedá realite. V dokonalejšom modeli by bolo potrebné uvažovať o nej ako o náhodnej veličine.

Posledným výpočtovým problémom je otázka budúcej produkcie poisťovne. Zohľadnenie predaja nových poistných zmlúv počas poistnej doby už existujúcich je však veľmi komplikovaná záležitosť, ktorá bude predmetom ďalšieho skúmania.

Záver

Poistovníctvo je v súčasnej dobe jedno z najdynamickejších sa rozvíjajúcich oblastí ekonomiky Slovenska. Životné poisťovne budú zohrávať dôležitú úlohu v blížiacej sa dôchodkovej reforme. Kvalitná konkurencia, ktorá medzi existujúcimi a novými poisťovňami vznikne, bude v prospech klienta. Tlaky spôsobené konkurenčným bojom budú nútiť poisťovne ponúkať klientom, čo najkvalitnejšie poistné produkty. Na vytvorenie takýchto produktov sú potrebné metódy opísané v mojej diplomovej práci.

V prvej časti diplomovej práce som opísal celý teoretický základ potrebný pre metódy analýzy poistných produktov. V rámci toho som porovnal investičné životné poistenie a kapitálové životné poistenie. Pre oba poistné produkty som vymenoval klady aj zápory a spomenul som viaceré problémy spojené s investičným životným poistením.

V ďalšej časti diplomovej práce som sa snažil načrtnúť teoretický návod, podľa ktorého je možné vykonať metódy analýzy poistného produktu. Spomenul som viacero skúseností, ktoré som získal z praktickej aplikácie poistných výpočtov v mojom súčasnom zamestnaní. Vďaka týmto vedomostiam som mohol venovať aj takým oblastiam analýzy poistných produktov, ktoré doteraz neboli v bežnej literatúre opísané.

Praktickou aplikáciou teoretických vedomostí je výpočtový modul v Exceli. Je to účinný nástroj, pomocou ktorého je možné analyzovať poistný produkt a vyhodnocovať fakty smerodajné pre rozhodovanie poisťovne. Nepochybujem, že tento program je možné naplno využiť aj v praxi.

Na záver môžem skonštatovať, že ciele mojej diplomovej práce sa mi podarilo splniť. Prirodzene, že ešte stále tu existuje priestor na ďalší výskum a zdokonalenie metód opísaných v práci. Avšak, súčasná úroveň výpočtov je postačujúca a plne vyhovuje požadovaným analýzám poistných produktov.

Použitá literatúra

- Cipra, T.: *Pojistná matematika – teorie a praxe*. Ekopress, 1999
- Sekerová, V., Bilíková, M.: *Poistná matematika*. Ekonóm, 2002
- Sakálová, K.: *Oceňovanie produktov v životnom poistení*. Ekonóm, 2001
- Orbanz, U.: *Life Assurance under Inflation*. Swiss Re
- publikácia od Munich Re: *Pricing Assumptios for Flexi Whole Life Contracts with Regards to Solvency Margins, Tax Position and Mortality Reserves*.

Diplomové práce:

- Ivana Kendrová: *Jednotkovo-viazané poistné produkty vo Veľkej Británii*. FHI EU, 1997
- Marián Jasenák: *Niektoré problémy kalkulácie nákladov do poistného*. FHI EU, 2000
- Helena Koubková: *Oceňovanie produktov životnej poisťovne metódou testovania zisku*. FHI EU, 2000

Úmrtnostná tabuľka - Muži

x	p_x	q_x	l_x	d_x	x	p_x	q_x	l_x	d_x
0	0,999000	0,001000	100 000,00	100,00	51	0,989320	0,010680	87 592,24	935,49
1	0,999000	0,001000	99 900,00	99,90	52	0,988220	0,011780	86 656,75	1 020,82
2	0,999000	0,001000	99 800,10	99,80	53	0,987010	0,012990	85 635,94	1 112,41
3	0,999000	0,001000	99 700,30	99,70	54	0,985650	0,014350	84 523,52	1 212,91
4	0,999000	0,001000	99 600,60	99,60	55	0,984220	0,015780	83 310,61	1 314,64
5	0,999000	0,001000	99 501,00	99,50	56	0,982610	0,017390	81 995,97	1 425,91
6	0,999000	0,001000	99 401,50	99,40	57	0,980830	0,019170	80 570,06	1 544,53
7	0,999000	0,001000	99 302,10	99,30	58	0,978890	0,021110	79 025,53	1 668,23
8	0,999000	0,001000	99 202,79	99,20	59	0,976780	0,023220	77 357,30	1 796,24
9	0,999000	0,001000	99 103,59	99,10	60	0,974370	0,025630	75 561,07	1 936,63
10	0,999000	0,001000	99 004,49	99,00	61	0,971810	0,028190	73 624,44	2 075,47
11	0,999000	0,001000	98 905,48	98,91	62	0,969070	0,030930	71 548,96	2 213,01
12	0,999000	0,001000	98 806,58	98,81	63	0,966240	0,033760	69 335,95	2 340,78
13	0,999000	0,001000	98 707,77	98,71	64	0,963340	0,036660	66 995,17	2 456,04
14	0,999000	0,001000	98 609,06	98,61	65	0,960440	0,039560	64 539,13	2 553,17
15	0,998980	0,001020	98 510,45	100,48	66	0,957440	0,042560	61 985,96	2 638,12
16	0,998730	0,001270	98 409,97	124,98	67	0,954290	0,045710	59 347,84	2 712,79
17	0,998400	0,001600	98 284,99	157,26	68	0,950860	0,049140	56 635,05	2 783,05
18	0,998140	0,001860	98 127,74	182,52	69	0,946990	0,053010	53 852,00	2 854,69
19	0,998130	0,001870	97 945,22	183,16	70	0,942590	0,057410	50 997,31	2 927,76
20	0,998120	0,001880	97 762,06	183,79	71	0,937590	0,062410	48 069,55	3 000,02
21	0,998110	0,001890	97 578,27	184,42	72	0,931980	0,068020	45 069,53	3 065,63
22	0,998100	0,001900	97 393,85	185,05	73	0,925720	0,074280	42 003,90	3 120,05
23	0,998090	0,001910	97 208,80	185,67	74	0,918790	0,081210	38 883,85	3 157,76
24	0,998080	0,001920	97 023,13	186,28	75	0,910920	0,089080	35 726,09	3 182,48
25	0,998070	0,001930	96 836,85	186,90	76	0,902020	0,097980	32 543,61	3 188,62
26	0,998060	0,001940	96 649,95	187,50	77	0,893000	0,107000	29 354,99	3 140,98
27	0,998050	0,001950	96 462,45	188,10	78	0,883470	0,116530	26 214,01	3 054,72
28	0,998040	0,001960	96 274,35	188,70	79	0,873750	0,126250	23 159,29	2 923,86
29	0,998030	0,001970	96 085,65	189,29	80	0,862510	0,137490	20 235,43	2 782,17
30	0,998020	0,001980	95 896,36	189,87	81	0,849000	0,151000	17 453,26	2 635,44
31	0,998010	0,001990	95 706,49	190,46	82	0,834980	0,165020	14 817,82	2 445,24
32	0,998000	0,002000	95 516,03	191,03	83	0,819600	0,180400	12 372,58	2 232,01
33	0,997990	0,002010	95 325,00	191,60	84	0,803050	0,196950	10 140,57	1 997,18
34	0,997980	0,002020	95 133,39	192,17	85	0,785050	0,214950	8 143,38	1 750,42
35	0,997860	0,002140	94 941,23	203,17	86	0,765430	0,234570	6 392,96	1 499,60
36	0,997700	0,002300	94 738,05	217,90	87	0,744580	0,255420	4 893,37	1 249,86
37	0,997520	0,002480	94 520,15	234,41	88	0,721710	0,278290	3 643,50	1 013,95
38	0,997220	0,002780	94 285,74	262,11	89	0,697700	0,302300	2 629,55	794,91
39	0,996870	0,003130	94 023,63	294,29	90	0,671530	0,328470	1 834,64	602,62
40	0,996500	0,003500	93 729,34	328,05	91	0,644410	0,355590	1 232,01	438,09
41	0,996100	0,003900	93 401,28	364,27	92	0,614230	0,385770	793,92	306,27
42	0,995660	0,004340	93 037,02	403,78	93	0,583330	0,416670	487,65	203,19
43	0,995230	0,004770	92 633,24	441,86	94	0,550520	0,449480	284,46	127,86
44	0,994720	0,005280	92 191,38	486,77	95	0,518990	0,481010	156,60	75,33
45	0,994180	0,005820	91 704,61	533,72	96	0,475610	0,524390	81,27	42,62
46	0,993560	0,006440	91 170,89	587,14	97	0,435900	0,564100	38,66	21,81
47	0,992880	0,007120	90 583,74	644,96	98	0,391510	0,608490	16,85	10,25
48	0,992100	0,007900	89 938,79	710,52	99	0,353440	0,646560	6,60	4,27
49	0,991250	0,008750	89 228,27	780,75	100	0,000000	1,000000	2,33	2,33
50	0,990330	0,009670	88 447,52	855,29					

Úmrtnostná tabuľka - Ženy

x	p_x	q_x	l_x	d_x	x	p_x	q_x	l_x	d_x
0	0,999000	0,001000	100 000,00	100,00	51	0,994860	0,005140	91 768,02	471,69
1	0,999000	0,001000	99 900,00	99,90	52	0,994460	0,005540	91 296,33	505,78
2	0,999000	0,001000	99 800,10	99,80	53	0,994040	0,005960	90 790,55	541,11
3	0,999000	0,001000	99 700,30	99,70	54	0,993590	0,006410	90 249,44	578,50
4	0,999000	0,001000	99 600,60	99,60	55	0,993110	0,006890	89 670,94	617,83
5	0,999000	0,001000	99 501,00	99,50	56	0,992560	0,007440	89 053,11	662,56
6	0,999000	0,001000	99 401,50	99,40	57	0,991840	0,008160	88 390,55	721,27
7	0,999000	0,001000	99 302,10	99,30	58	0,991010	0,008990	87 669,29	788,15
8	0,999000	0,001000	99 202,79	99,20	59	0,990100	0,009900	86 881,14	860,12
9	0,999000	0,001000	99 103,59	99,10	60	0,989140	0,010860	86 021,02	934,19
10	0,999000	0,001000	99 004,49	99,00	61	0,987920	0,012080	85 086,83	1 027,85
11	0,999000	0,001000	98 905,48	98,91	62	0,986500	0,013500	84 058,98	1 134,80
12	0,999000	0,001000	98 806,58	98,81	63	0,984860	0,015140	82 924,18	1 255,47
13	0,999000	0,001000	98 707,77	98,71	64	0,983010	0,016990	81 668,71	1 387,55
14	0,999000	0,001000	98 609,06	98,61	65	0,981020	0,018980	80 281,16	1 523,74
15	0,998980	0,001020	98 510,45	100,48	66	0,978900	0,021100	78 757,42	1 661,78
16	0,998960	0,001040	98 409,97	102,35	67	0,976610	0,023390	77 095,64	1 803,27
17	0,998940	0,001060	98 307,63	104,21	68	0,974120	0,025880	75 292,38	1 948,57
18	0,998920	0,001080	98 203,42	106,06	69	0,971310	0,028690	73 343,81	2 104,23
19	0,998900	0,001100	98 097,36	107,91	70	0,968100	0,031900	71 239,57	2 272,54
20	0,998880	0,001120	97 989,45	109,75	71	0,964460	0,035540	68 967,03	2 451,09
21	0,998860	0,001140	97 879,71	111,58	72	0,960260	0,039740	66 515,94	2 643,34
22	0,998840	0,001160	97 768,12	113,41	73	0,955520	0,044480	63 872,60	2 841,05
23	0,998820	0,001180	97 654,71	115,23	74	0,950180	0,049820	61 031,55	3 040,59
24	0,998800	0,001200	97 539,48	117,05	75	0,947500	0,052500	57 990,96	3 044,53
25	0,998780	0,001220	97 422,43	118,86	76	0,937370	0,062630	54 946,43	3 441,29
26	0,998760	0,001240	97 303,58	120,66	77	0,929840	0,070160	51 505,14	3 613,60
27	0,998740	0,001260	97 182,92	122,45	78	0,921640	0,078360	47 891,54	3 752,78
28	0,998720	0,001280	97 060,47	124,24	79	0,912740	0,087260	44 138,75	3 851,55
29	0,998680	0,001320	96 936,23	127,96	80	0,903110	0,096890	40 287,21	3 903,43
30	0,998640	0,001360	96 808,28	131,66	81	0,892290	0,107710	36 383,78	3 918,90
31	0,998600	0,001400	96 676,62	135,35	82	0,879790	0,120210	32 464,88	3 902,60
32	0,998540	0,001460	96 541,27	140,95	83	0,865940	0,134060	28 562,28	3 829,06
33	0,998460	0,001540	96 400,32	148,46	84	0,850620	0,149380	24 733,22	3 694,65
34	0,998380	0,001620	96 251,86	155,93	85	0,833630	0,166370	21 038,57	3 500,19
35	0,998300	0,001700	96 095,94	163,36	86	0,814990	0,185010	17 538,38	3 244,78
36	0,998190	0,001810	95 932,57	173,64	87	0,794450	0,205550	14 293,61	2 938,05
37	0,998080	0,001920	95 758,93	183,86	88	0,771940	0,228060	11 355,56	2 589,75
38	0,997970	0,002030	95 575,08	194,02	89	0,747380	0,252620	8 765,81	2 214,42
39	0,997860	0,002140	95 381,06	204,12	90	0,720760	0,279240	6 551,39	1 829,41
40	0,997740	0,002260	95 176,94	215,10	91	0,691660	0,308340	4 721,98	1 455,98
41	0,997600	0,002400	94 961,84	227,91	92	0,660540	0,339460	3 266,00	1 108,68
42	0,997440	0,002560	94 733,94	242,52	93	0,627350	0,372650	2 157,33	803,93
43	0,997250	0,002750	94 491,42	259,85	94	0,591140	0,408860	1 353,40	553,35
44	0,997050	0,002950	94 231,57	277,98	95	0,553810	0,446190	800,05	356,97
45	0,996820	0,003180	93 953,58	298,77	96	0,515280	0,484720	443,07	214,77
46	0,996560	0,003440	93 654,81	322,17	97	0,474580	0,525420	228,31	119,96
47	0,996280	0,003720	93 332,64	347,20	98	0,428570	0,571430	108,35	61,91
48	0,995970	0,004030	92 985,44	374,73	99	0,395830	0,604170	46,44	28,06
49	0,995620	0,004380	92 610,71	405,63	100	0,000000	1,000000	18,38	18,38
50	0,995260	0,004740	92 205,07	437,05					

Vstupné parametre

Údaje o poistenom	
Pohlavie	M
Vstupný vek	35
Poistná doba	10
Poistná suma pre prípad úmrtia	100 000
Poistné	1 000
Jednorazové poistné	

Úrokové miery	
rast podielového fondu	20,00%
poistno-technická úroková miera	4,50%
riziková diskontná miera	12,00%
požadovaná miera zisku	3,00%
skutočne dosiahnutá úroková miera	6,50%
úroková miera voľného kapitálu	8,00%
úroková miera NPN	12,00%
inflácia	4,00%

Frekvencia platieb poistného	
počet platieb poistného za rok	12

Percentuálne koeficienty	
% úmrtnosti	80%
% odkupu	50%
počiatočné množstvo poistných zmlúv	10 000
% inflácie v indexácii	100%
% indexácie	10%

Náklady	
α	89%
α pre jednorazové poistné	0%
$\% \alpha$ - bežné poistné	90%
α_o	1 000
$\% \alpha$ - jednorazové poistné	0%
α_{ind}	28%
n_α	5
m_{pa} (p. a.)	0,55%
m_{inv} (p. a.)	0,80%
m_K - (p. m.)	35
γ	0%
bid-offer spread	5%
začiatok odkupu	1
%clawback zvyšujúci odkup	0%
poplatok za odkup	220,00

Skutočné výdaje	
počiatočné náklady	620,00
% provízie - bežné poistné	80%
% provízie - jednorazové poistné	5%
indexová provízia	25,00%
následná provízia	5,00%
následná provízia	5,00%
dobu následnej provízie	5
inkasné náklady	20,00
správne náklady (p. m.)	12,50
% správne náklady (p. m.)	0,80%
náklady pri úmrtí	310,00
náklady pri dožití	310,00
náklady pri odkupe	310,00

Policy Model

Rok	Časová jednotka	Nákupná cena	Predajná cena	Počet jednotiek na začiatku časovej jednotky	Hodnota podielového účtu na začiatku časovej jednotky	Poistné	Poplatok za inkasné náklady	Počet nakúpených jednotiek	Počet jednotiek pred zrážkami	Hodnota podielového fondu pred zrážkami	Splátka NPN	Splátka NPN spôsobených indexáciou	Poplatok za správne náklady
0	0	28,91	30,36	0,00	0,00	1 000,00	0,00	32,941820	32,941820	952,38	254,85	0,00	0,00
0	1	29,79	31,28	23,516342	700,60	1 000,00	0,00	31,967768	55,484110	1 652,98	254,85	0,00	35,00
0	2	30,70	32,23	45,140089	1 385,79	1 000,00	0,00	31,022521	76,162610	2 338,17	254,85	0,00	35,00
0	3	31,64	33,22	66,103249	2 091,18	1 000,00	0,00	30,105221	96,208470	3 043,56	254,85	0,00	35,00
0	4	32,36	33,98	86,425577	2 796,94	1 000,00	0,00	29,428567	115,854144	3 749,33	254,85	0,00	35,00
0	5	33,11	34,76	106,270308	3 518,25	1 000,00	0,00	28,767121	135,037429	4 470,63	254,85	0,00	35,00
0	6	33,87	35,56	125,648418	4 255,44	1 000,00	0,00	28,120541	153,768959	5 207,82	254,85	0,00	35,00
0	7	35,71	37,49	144,570330	5 162,07	1 000,00	0,00	26,672623	171,242953	6 114,45	254,85	0,00	35,00
0	8	37,64	39,53	162,493874	6 117,02	1 000,00	0,00	25,299258	187,793132	7 069,40	254,85	0,00	35,00
0	9	39,69	41,67	179,470518	7 122,85	1 000,00	0,00	23,996606	203,467124	8 075,23	254,85	0,00	35,00
0	10	41,59	43,67	195,549063	8 133,48	1 000,00	0,00	22,897598	218,446661	9 085,86	254,85	0,00	35,00
0	11	43,59	45,77	210,868228	9 191,62	1 000,00	0,00	21,848922	232,717150	10 144,00	254,85	0,00	35,00
1	12	45,68	47,97	225,462847	10 299,49	1 040,00	0,00	21,682205	247,145052	11 289,96	254,85	2,93	36,40
1	13	45,17	47,43	240,062520	10 842,85	1 040,00	0,00	21,929318	261,991838	11 833,32	254,85	2,93	36,40

Poistná suma	Riziková poistná suma	Pravdepodobnosť úmrtia	Rizikové poistné	Súčet zrážok z podielového účtu	Počet zrazených podielových jednotiek	Počet podielových jednotiek po zrážkach	Hodnota podielového účtu po zrážkach	Odkupná hodnota poistnej zmluvy	Výška NPN na začiatku roka	Interpolovaná hodnota NPN	Výška NPN spôsobených indexáciou na začiatku roka	Výška NPN spôsobených indexáciou na konci roka	Interpolovaná hodnota NPN spôsobených indexáciou
100 000,00	99 302,47	0,000178	17,65	272,50	9,425478	23,516342	679,88	0,00	11 680,00	11 680,00	0,00	0,00	0,00
100 000,00	98 637,66	0,000178	17,53	308,17	10,344021	45,140089	1 344,81	0,00	11 680,00	11 527,44	0,00	0,00	0,00
100 000,00	97 953,24	0,000178	17,41	308,82	10,059361	66,103249	2 029,35	0,00	11 680,00	11 374,87	0,00	0,00	0,00
100 000,00	97 248,64	0,000178	17,28	309,48	9,782893	86,425577	2 734,08	0,00	11 680,00	11 222,31	0,00	0,00	0,00
100 000,00	96 543,67	0,000178	17,16	310,16	9,583836	106,270308	3 439,17	0,00	11 680,00	11 069,74	0,00	0,00	0,00
100 000,00	95 823,18	0,000178	17,03	310,84	9,389011	125,648418	4 159,79	0,00	11 680,00	10 917,18	0,00	0,00	0,00
100 000,00	95 086,82	0,000178	16,90	311,54	9,198629	144,570330	4 896,28	0,00	11 680,00	10 764,62	0,00	0,00	0,00
100 000,00	94 181,21	0,000178	16,74	312,40	8,749079	162,493874	5 802,06	0,00	11 680,00	10 612,05	0,00	0,00	0,00
100 000,00	93 227,33	0,000178	16,57	313,30	8,322614	179,470518	6 756,10	0,00	11 680,00	10 459,49	0,00	0,00	0,00
100 000,00	92 222,63	0,000178	16,39	314,25	7,918061	195,549063	7 760,98	0,00	11 680,00	10 306,92	0,00	0,00	0,00
100 000,00	91 213,14	0,000178	16,21	315,21	7,578433	210,868228	8 770,65	0,00	11 680,00	10 154,36	0,00	0,00	0,00
100 000,00	90 156,19	0,000178	16,02	316,21	7,254303	225,462847	9 827,79	0,00	11 680,00	10 001,80	0,00	0,00	0,00
104 000,00	93 012,88	0,000192	17,77	323,54	7,082532	240,062520	10 966,42	755,68	9 849,23	9 849,23	141,51	119,33	141,51
104 000,00	92 470,13	0,000192	17,66	324,04	7,174350	254,817488	11 509,28	1 471,52	9 849,23	9 678,10	141,51	119,33	139,66

Cash Flow Model

Poplatky prijaté z poistných zmlúv

Rok	Časová jednotka	Platné zmluvy na začiatku roka	Počet úmrtí poistených osôb	Koef. odkupu z odkúpneho modelu	Počet odkúpených poistných zmlúv	Počet platných zmlúv na konci roka	Poplatok za inkasné náklady	Zisk z bid/offer spread	Splátka NPN	Splátka NPN spôsobených indexáciou	Správne poplatky	Prijaté rizikové poistné	Zrážky za odkup poistnej zmluvy	Súčet príjmov prijatých z poistných zmlúv
0	0	10 000,00	1,43	0,002236	22,35	9 976,22	0,00	476 190,48	2 548 500,00	0,00	0,00	176 500,00	0,00	3 201 190,48
0	1	9 976,22	1,42	0,002236	22,30	9 952,50	0,00	475 058,23	2 542 439,75	0,00	357 030,72	174 883,14	4 917,66	3 554 329,50
0	2	9 952,50	1,42	0,002236	22,25	9 928,83	0,00	473 928,39	2 536 393,92	0,00	363 853,48	173 272,98	4 905,96	3 552 354,73
0	3	9 928,83	1,42	0,002236	22,19	9 905,22	0,00	472 801,51	2 530 362,46	0,00	370 867,41	171 570,19	4 894,30	3 550 495,87
0	4	9 905,22	1,41	0,002236	22,14	9 881,67	0,00	471 677,08	2 524 345,34	0,00	377 850,05	169 973,58	4 882,66	3 548 728,71
0	5	9 881,67	1,41	0,002236	22,09	9 858,17	0,00	470 555,54	2 518 342,53	0,00	384 970,25	168 284,77	4 871,05	3 547 024,13
0	6	9 858,17	1,41	0,002236	22,04	9 834,73	0,00	469 436,50	2 512 354,00	0,00	392 230,56	166 603,03	4 859,47	3 545 483,56
0	7	9 834,73	1,40	0,002236	21,98	9 811,34	0,00	468 320,37	2 506 379,71	0,00	401 328,86	164 633,30	4 847,91	3 545 510,15

Skutočné náklady a príjmy poist'ovne

Vyplatené poistné plnenia pri úmrtí	Počiatkové náklady	Vyplatená provízia	Vyplatená indexová provízia	Suma "clawback" v prípade odkupu	Následná provízia	Inkasné náklady	Správne náklady	Paušálne náklady pre odkup, dožitie, úmrtie	Príjmy v prípade odkupu	Súčet nákladov
0,00	6 200 000	96 000 000,00	0,00	0,00	0,00	200 000,00	0,00	0,00	0,00	102 400 000,00
141 667,14	0	0,00	0,00	-214 588,75	0,00	199 524,41	129 345,95	7 371,70	-15 197,38	248 123,07
140 355,05	0	0,00	0,00	-214 078,47	0,00	199 049,94	133 567,89	7 354,17	-29 989,04	236 259,54
139 019,72	0	0,00	0,00	-213 569,40	0,00	198 576,61	137 902,19	7 336,68	-45 146,51	224 119,28
137 689,41	0	0,00	0,00	-213 061,54	0,00	198 104,40	142 217,63	7 319,23	-60 679,92	211 589,22
136 342,68	0	0,00	0,00	-212 554,88	0,00	197 633,32	146 613,68	7 301,83	-76 147,10	199 189,52
134 979,18	0	0,00	0,00	-212 049,43	0,00	197 163,35	151 092,06	7 284,46	-91 883,43	186 586,19
133 383,09	0	0,00	0,00	-211 545,19	0,00	196 694,50	156 655,24	7 267,14	-107 894,20	174 560,58

Koronový účet

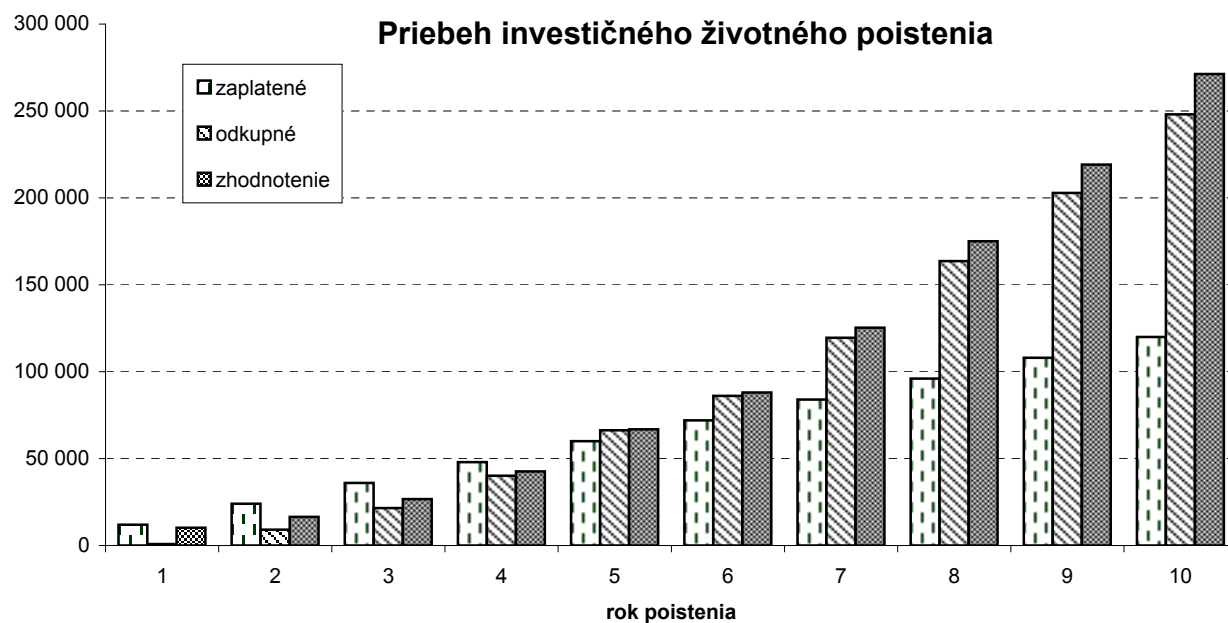
Voľný kapitál

Cash Flow

Cash Flow počiatkových nákladov

Nárast korunového účtu	Úrok z korunového účtu	Stav korunového účtu	Nárast voľného kapitálu	Úrok z voľného kapitálu	Stav voľného kapitálu	Cash Flow	DCF	Kumulovaný DCF	Diskontované poistné na jednu zmluvu	Cash Flow počiatkových nákladov	DCF PN	kumulovaný DCF PN
452 690,48	0,00	452 690,48	-99 651 500,00	0,00	-99 651 500,00	-99 198 809,52	-99 198 809,52	-99 198 809,52	1 000,00	-99 651 500,00	-99 651 500,00	-99 651 500,00
533 980,55	2 381,92	989 052,95	2 772 225,88	-641 160,75	-97 520 434,87	2 667 427,60	2 642 354,84	-96 556 454,68	988,24	2 772 225,88	2 754 503,32	-96 896 996,68
535 633,76	5 204,09	1 529 890,81	2 780 461,42	-627 449,41	-95 367 422,86	2 693 849,87	2 643 445,64	-93 913 009,04	976,63	2 780 461,42	2 745 024,65	-94 151 972,03
537 298,22	8 049,82	2 075 238,85	2 789 078,37	-613 596,87	-93 191 941,36	2 720 829,54	2 644 824,31	-91 268 184,73	965,15	2 789 078,37	2 735 928,72	-91 416 043,31
539 052,69	10 919,27	2 625 210,81	2 798 086,80	-599 599,76	-90 993 454,32	2 748 459,00	2 646 569,21	-88 621 615,52	953,80	2 798 086,80	2 727 218,48	-88 688 824,83
540 790,10	13 813,06	3 179 813,96	2 807 044,52	-585 454,62	-88 771 864,43	2 776 193,05	2 648 147,39	-85 973 468,13	942,59	2 807 044,52	2 718 458,68	-85 970 366,16
542 610,51	16 731,21	3 739 155,68	2 816 286,87	-571 160,85	-86 526 738,41	2 804 467,74	2 649 972,93	-83 323 495,20	931,51	2 816 286,87	2 709 973,30	-83 260 392,85
545 130,47	19 674,29	4 303 960,45	2 825 819,10	-556 715,64	-84 257 634,95	2 833 908,23	2 652 621,40	-80 670 873,80	920,56	2 825 819,10	2 701 762,48	-80 558 630,38

Výstup programu



Výstupné údaje	
Poistné plnenie na konci poistnej doby	270 912
Poistné plnenie diskontované infláciou	183 018
NPV jednej poistnej zmluvy	5 319
IRR	28,45%
IRR - Cash Flow počiatkových nákladov	20,69%
Miera zisku (profit margin)	8,16%
Doba návratnosti (v rokoch)	4
Strata poisťovne v prvom roku poistenia	6 975
NPV / Strata poisťovne v prvom roku poistenia	76,25%