FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2004 Jozef Hančár

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika

Analýza štruktúry Slovenskej ekonomiky na základe input-output modelu

Diplomant: Jozef Hančár

Vedúci diplomovej práce: Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Ľuptáčik

Bratislava 2004

Čestne prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne, len s pomocou konzultácií a s použitím uvedenej literatúry.

. . . .

V Bratislave, 1. 4. 2004 Jozef Hančár

Poďakovanie

Ďakujem svojmu školiteľovi Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikulášovi Ľuptáčikovi za čas, ktorý mi venoval, za jeho všestrannú odbornú pomoc, cenné pripomienky a podnety, ako aj za ochotu prejavenú pri vedení diplomovej práce.

Obsah

Kapitola 1

Úvod

1.1 História

Pojem Input-output analýza vznikol ako stručný názov pre analytickú štúdiu, ktorú v tridsiatych rokoch vypracoval Wassily Leontief a za ktorú dostal v roku 1973 Nobelovu cenu za ekonómiu. Často sa označuje aj ako Leontiefov model, alebo medziodvetvová analýza, keďže základným cieľom je skúmať toky medzi odvetviami. Avšak myšlienka vyvinúť účtovníctvo, ktoré by zachytilo a kvantifikovalo toky medzi odvetviami hospodárstva vznikla oveľa skôr. Už v roku 1758 francúz Francois Quesnay publikoval jeho "Tableau Économique", ktorá v diagrame znázorňovala výdavky jednotlivých systematicky rozdelených odvetví. V jeho neskoršej práci dokonca na základe pozorovaní popísal *transakčnú tabuľku*, ktorú až neskôr vypracoval Leontief. O viac ako storočie neskôr francúz Léon Walras aplikoval Newtonovskú mechaniku s cieľom vyvinúť teóriu všeobecnej rovnováhy v ekonomike. Vo svojej práci používa produkčné koeficienty, ktoré vyjadrujú množstvá jednotlivých faktorov potrebných na výrobu daného produktu vzhľadom na celkovú produkcie daného produktu. Ukazuje sa, že Leontiefov model je aproximáciou Walrasovho modelu s viacerými zjenodušeniami, ktoré mu teória všeobecnej rovnováhy dovolila aplikovať. Leontief publikoval teoretický model a I-O tabuťky za Spojené štáty za roky 1919 a 1929 v roku 1936. Používanie input-output tabuliek bolo vzhľadom na výpočtovú náročnosť ťažké a nepraktické, ale rozvoj počítačov veľmi pomohol a uľahčil prácu s nimi. Vďaka tomu je dnes imput-output analýza bežne používaná na centrálne a regionálne plánovanie.

1.2 Cieľ práce

Samotná input-output tabuľka v sebe obsahuje množstvo dát, ktoré v spojení s dodatočnými (napr. zamestnanosť v jednotlivých odvetviach) môžu byť zdrojom pre naozaj zaujímavú analýzu slovenskej ekonomiky. I keď sa na Slovensku toky medzi odvetviami sledujú, zdá sa akoby sa dostatočne neanalyzovali a input-output analýze sa nevenuje dostatočná pozornosť, čo je možno spôsobené neaktuálnosťou dostupných údajov. Moju prácu som rozdelil na dve časti - teoretickú a praktickú. V teoretickej sa pokúsim popísať jednotlivé základné východiská modelu, ako sú medziodvetvové toky, technické koeficienty a odvodenie leontiefovskej inverzie. Ďalej popíšem multiplikátory výroby, príjmov a zamestnanosti a ich význam pre dopadové štúdie. Na konci tejto časti sa zaoberám odvodením input-output modelu komoditnou technológiou. Tento komoditný postup získania leontiefovskej inverzie použijem vo výpočtovej časti na dátach za Slovensko za rok 1998, kde sa pokúsim vypočítať jednotlivé ukazovatele odvodené v teoretickej časti a tým opísať štruktúru Slovenskej ekonomiky. Okrem importu, ktorý pokrýva veľkú časť konečnej spotreby a exportu a tvorí veľkú časť hrubej produkcie sa zameriam hlavne na produkciu a zamestnanosť, ktorá je generovaná jednotlivými zložkami konečnej spotreby.

Kapitola 2

Základný štruktúrny model na báze matíc dodávok a použitia

2.1 Všeobený zápis a základné vzťahy

Imput-output model vychádza z údajov za danú oblasť-štát, zoskupenie krajín, región, atď. Predpokladajme, že je to štát a ekonomické aktivity sú rozdelené na n produkčných sektorov, ktoré vyrábajú výrobky a poskytujú služby. Skúmané dáta sú toky, ktoré predstavujú dodávky a nákupy medzi sektormi, tzv. *medzisektorové toky*. Tieto dáta sú zaznamenané za dané časové obdobie, zvyčajne za jeden kalendárny rok. Možu byť zachytené vo fyzických množstvách, ale samozrejme výhodnejšie je, ak sú ocenené v peňažných jednotkách. Hodnotu tokov za dané obdobie zo sektoru i do sektoru j označíme ako z_{ij}. V ekonomike však nakupujú z výrobného sektoru aj ďalšie subjekty: domácnosti (C), investície (I), verejný sektor (G) a zahraničie(E). Ak celkový objem výroby i-teho sektora označíme X_i a celkovú konečnú spotrebu výrobkov i-teho sektora $Y_i = C_i + I_i + G_i + E_i$, môžme pre všetky sektory zapísať sústavu rovníc

$$
\begin{aligned}
X_1 &= z_{11} + z_{12} + \ldots + z_{1j} + \ldots + z_{1n} + Y_1 \\
X_2 &= z_{21} + z_{22} + \ldots + z_{2j} + \ldots + z_{2n} + Y_2 \\
&\vdots \\
X_i &= z_{i1} + z_{i2} + \ldots + z_{ij} + \ldots + z_{in} + Y_i \\
&\vdots \\
X_n &= z_{n1} + z_{n2} + \ldots + z_{nj} + \ldots + z_{nn} + Y_n
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Suma v j-tom stĺpci $z_{1j} \ldots z_{nj}$ predstavuje objem vstupov do výroby v j-tom sektore z ostatných sektorov. Lenže na produkciu sú potrebné aj ďalšie zdroje z takzvaného *platobného sektora* ($\overline{W}$), ktoré môžme rozdeliť na položky pridanej hodnoty (W) a náklady na výrobky dovezené zo zahraničia - import (M). Pod položkami pridanej hodnoty rozumieme prácu, čiže odmeny zamestnancom (L), a ostatné náklady na výrobu (N) ako náklady na kapitál, dane, náklady na prenájom pôdy atď. Pre j-ty sektor preto môžme zapísať, že $\overline{W}_j$=$W_j + M_j = L_j + N_j + M_j$.

		Výrobné sektory		Koncová spotreba				Produkcia
		1	2		(Y)			(X)
Výrobné	1	z_{11}	z_{12}	C_1	I_1	G_1	E_1	X_1
sektory	2	z_{21}	z_{22}	C_2	I_2	G_3	E_4	X_2
Platobný	Pridaná	L_1	L_2	L_C	L_I	L_G	L_E	L
sektor	hodnota	N_1	N_2	N_C	N_I	N_G	N_E	N
($\overline{W}$)	(W)	M_1	M_2	M_C	M_I	M_G	M_E	M
Celkové								
výdavky (X)		X_1	X_2	C	I	G	E	X

Tabuľka 2.1: Rozšírená input-output tabuľka pre dva sektory

Množstvá jednotlivých dodávok medzi odvetviami závisia od celkovej výroby daného odvetvia, napr. ak v odvetví ktoré vyrába autá vzrastie výroba, musia primerane vzrásť aj dodávky ocele z odvetvia ktoré ju vyrába. Teda z hľadiska input-output analýzy nie sú až tak zaujímavé absolútne hodnoty dodávok z i-teho odvetvia do odvetvia j z_{ij}, ale pomer k celkovej produkcii j-teho odvetvia X_j. Tento pomer označujeme ako a_{ij}:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{X_j} \tag{2.2}$$

a nazývame ho *technický koeficient*. Pre danú ekonomiku je v krátkodobom horizonte stály a mení sa iba zmenou v technológii výroby alebo zmenou v nákladoch na vstupy z platobného sektora (napr. zmenou daní). Celková výroba v j-tom odvetví je teda funkcia:

$$X_j = f(z_{1j}, z_{2j}, \ldots, z_{nj}, W_j, M_j) \tag{2.3}$$

Ak vzťah (2.1) prepíšeme cez technické koeficienty a veličiny prenesieme na ľavú stranu, dostaneme vzťah:

$$\begin{aligned}
X_1 - a_{11}X_1 - a_{12}X_2 - \ldots - a_{1j}X_j - \ldots - a_{1n}X_n &= Y_1 \\
X_2 - a_{21}X_1 - a_{22}X_2 - \ldots - a_{2j}X_j - \ldots - a_{2n}X_n &= Y_2 \\
&\vdots \\
X_i - a_{i1}X_1 - a_{i2}X_2 - \ldots - a_{ij}X_j - \ldots - a_{in}X_n &= Y_i \\
&\vdots \\
X_n - a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \ldots - a_{nj}X_j - \ldots - a_{nn}X_n &= Y_n
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Vyberme pred zátvorky X_1 v prvej rovnici, X_2 v druhej atď. a dostaneme:

$$\begin{aligned}
(1 - a_{11})X_1 - a_{12}X_2 - \ldots - a_{1j}X_j - \ldots - a_{1n}X_n &= Y_1 \\
-a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 - \ldots - a_{2j}X_j - \ldots - a_{2n}X_n &= Y_2 \\
&\vdots \\
-a_{i1}X_1 - a_{i2}X_2 - \ldots + (1 - a_{ij})X_j - \ldots - a_{in}X_n &= Y_i \\
&\vdots \\
-a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \ldots - a_{nj}X_j - \ldots + (1 - a_{nn})X_n &= Y_n
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Tento vzťah nám vlastne dáva sústavu sústavu n rovníc o n neznámych a po prepísaní do maticového tvaru, kde:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \ X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}, \ Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

a I $n \times n$ matica s jednotkami na diagonále, dostaneme:

$$(I - A)X = Y \tag{2.6}$$

a ak táto $(I - A)$ matica nie je singulárna (teda ak existuje $(I - A)^{-1}$, alebo ak $|I - A| \neq 0$) dostaneme jednoznačné riešenie pre X:

$$X = (I - A)^{-1}Y \tag{2.7}$$

kde $(I - A)^{-1}$ je často nazývaná ako *Leontiefova inverzná matica*, jej prvky označujeme α_{ij}. Ak prepíšeme vzťah (2.7) do sústavy rovníc:

$$\begin{aligned} X_1 &= \alpha_{11}Y_1 + \alpha_{12}Y_2 + \ldots + \alpha_{1j}Y_j + \ldots + \alpha_{1n}Y_n \\ &\vdots \\ X_i &= \alpha_{i1}Y_1 + \alpha_{i2}Y_2 + \ldots + \alpha_{ij}Y_j + \ldots + \alpha_{in}Y_n \\ &\vdots \\ X_n &= \alpha_{n1}Y_1 + \alpha_{n2}Y_2 + \ldots + \alpha_{nj}Y_j + \ldots + \alpha_{nn}Y_n \end{aligned} \tag{2.8}$$

dostaneme vlastne závislosť výroby jednotlivých odvetví hospodárstva od konečnej spotreby výrobkov všetkých odvetví. Z hľadiska parciálnych dderivácií je $\partial X_i / \partial Y_j = \alpha_{ij}$. Čiže neplatí len závislosť celkového objem výroby od konečnej spotreby ale aj to, že zmena v konečnej spotrebe vyvolá zmenu výroby. Pomocou vzťahu (2.7) kde matica A je tzv. *recept produkcie* môžme určiť zmenu produkcie od zmeny v konečnej spotrebe, napr. pri zmene vo vládnych výdavkoch ΔG, ako

$$\Delta X = (I - A)^{-1}\Delta G \tag{2.9}$$

Ak vektor produkcie X rozšírime o platobný sektor (náklady na prácu, investície, dane, ...), dostaneme $\overline{X}$ a vektor konečnej spotreby Y o produkciu platobného sektora (spotrebu domácností, investícií, ...) dostaneme $\overline{Y}$ a teda môžme určiť aj zmeny v spotrebe domácností, investíciách, daniach a pod. pri zmene konečnej spotreby.

Vráťme sa ešte k existencii riešenia rovnice $(I-A)X=Y$. Majme nejaký systém rovníc

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_j = c_i \quad (i=1,\dots,n) \tag{2.10}$$

kde koeficienty d_{ij} spĺňajú základný predpoklad

$$d_{ij} \le 0 \quad (i \ne j) \tag{2.11}$$

čo naša rovnica spĺňa, keďže $a_{ij} \ge 0 \quad (i,j=1,\dots,n)$. O systéme rovníc (2.10) platia tieto 4 vlastnosti:
(I) Systém (2.10) má nezáporné riešenie $x_i \ge 0 \quad (i=1,\dots,n)$ pre nejakú množinu kladných $c_i > 0 \quad (i=1,\dots,n)$
(II) Systém (2.10) má nezáporné riešenie $x_i \ge 0 \quad (i=1,\dots,n)$ pre každú množinu nezáporných $c_i \ge 0 \quad (i=1,\dots,n)$
(III) Štvorcová matica koeficientov $D=(d_{ij})$ má kladne definitné všetky svoje ľavé horné podmatice

$$\begin{vmatrix} d_{11} & \dots & d_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k1} & \dots & d_{kk} \end{vmatrix} > 0 \quad (k=1,\dots,n) \tag{2.12}$$

(IV) Všetky podmatice matice D sú kladne definitné.
Vlastnosť (III) alebo (IV) je známa ako Hawkins-Simonova vlastnosť. Je vidieť že z (II) vyplýva (I) a z (IV) vyplýva (III). Tiež sa zdá akoby (I) bola slabším tvrdením ako (II) a (III) slabšia ako (IV). Prekvapujúco platí veta:
VETA: Vlastnosti (I), (II), (III), (IV) sú navzájom ekvivalentné.
Dôkaz: Najprv dokážeme logickú implikáciu (I)→(III)→(II)→(I) a potom ekvivalenciu (IV) s ostatnými tromi.

(i) (I)$\rightarrow$(III). Dokážeme to indukciu vzhľadom na počet rovníc a premenných n. Ak $n = 1$ tak $d_{11}x_1 = c_1$. Ak rovnica má riešenie $x_1 \geq 0$ pre nejaké c_1 tak d_{11} musí byť kladné. Predpokladajme že (I)$\rightarrow$(III) platí pre $n-1$. Podľa (II) má (2.10) nezáporné riešenia $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$ pre nejakú množinu $c_1 > 0, c_2 > 0, \ldots, c_n > 0$. Prvú rovnicu v (2.10) možno prepísať na tvar

$$d_{11}x_1 = c_1 - \sum_{j=2}^{n} d_{ij}x_j \tag{2.13}$$

ktorého pravá strana je kladná, lebo $c_1 > 0$, $d_{1j} \leq 0$, $x_j \geq 0 \quad (j = 2, \ldots, n)$. Takže $d_{11}x_1 > 0$. Potom ak vieme že $x_1 \geq 0$ tak $d_{11} > 0$.
Ak toto vieme, môžme použiť Gausovu eliminačnú metódu na rovnice (2.10). Ak od i-tej rovnice odčítame d_{i1}/d_{11} násobok prvej rovnice a tak (2.10) sa zmení na

$$\begin{array}{rcl} d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \ldots + d_{1n}x_n & = & c_1 \\ d^*_{22}x_2 + \ldots + d^*_{2n}x_n & = & c^*_2 \\ & \vdots & \\ d^*_{i2}x_2 + \ldots + d^*_{in}x_n & = & c^*_i \\ & \vdots & \\ d^*_{n2}x_2 + \ldots + d^*_{nn}x_n & = & c^*_n \end{array} \tag{2.14}$$

Vidíme že

$$\begin{array}{l} d^*_{ij} = d_{ij} - d_{i1}d_{1j}/d_{11} \quad (i, j = 2, \ldots, n) \\ c^*_i = c_i - d_{i1}c_1/d_{11} \end{array} \tag{2.15}$$

a

$$d^*_{ij} \leq 0, \quad c^*_i > 0 \quad (i, j = 2, \ldots, n; i \neq j) \tag{2.16}$$

pretože $d^*_{ij} \leq 0 \quad (i \neq j)$, $c_i > 0$. Systém rovníc

$$\sum_{j=2}^{n} d^*_{ij}x_j = c^*_i \quad (i = 2, \ldots, n) \tag{2.17}$$

spĺňa podmienku (2.11) a má $x_2, \ldots, x_n$ nezáporné rišenia pre túto množinu $c^*_i > 0 \quad (i = 2, \ldots, n)$. Podľa indukčného predpokladu vlastnosť (III) platí pre (2.17) takže

$$\begin{vmatrix} d_{22}^* & \dots & d_{2k}^* \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k2}^* & \dots & d_{kk}^* \end{vmatrix} > 0 \quad (k = 2, \dots, n) \tag{2.18}$$

Ale podľa postupu akým sme (2.10) transformovali na (2.14) je jasné, že

$$\begin{vmatrix} d_{11} d_{12} & \dots & d_{1k} \\ d_{21} d_{22} & \dots & d_{2k} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k1} d_{k2} & \dots & d_{kk} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1k} \\ 0 & d_{22}^* & \dots & d_{2k}^* \\ 0 & d_{32}^* & \dots & d_{3k}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & d_{k2}^* & \dots & d_{kk}^* \end{vmatrix} =$$

$$= d_{11} \begin{vmatrix} d_{22}^* & \dots & d_{2k}^* \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k2}^* & \dots & d_{kk}^* \end{vmatrix} > 0 \quad (k = 1, \dots, n) \tag{2.19}$$

takže (III) platí pre (2.10)

(ii) (III)→(II). Opäť postupujeme indukciou vzhľadom na n. Rovnica $d_{11}x_1 = c_1$ z (2.10) pre $n = 1$ má nezáporné riešenie $x_1 = c_1/d_{11}$ pre hociaké $c_1 \geq 0$ ak $d_{11} > 0$. Nech implikácia (III) → (II) platí pre $n-1$. Ak pre (2.10) vlastnmosť (III) platí, tak dostávame $d_{11} > 0$, takže môžme (2.10) transformovať na (2.14) ako v (i). Všimnime si, že tentokrát je na rozdiel od (i) naschvál zvolené $c_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$.

Rovnica (2.17) ktorá spĺňa základnú podmienku (2.11) spĺňa vlastnosť (III) pretože podľa (III) pre (2.10) platí

$$\begin{vmatrix} d_{22}^* & \dots & d_{2k}^* \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k2}^* & \dots & d_{kk}^* \end{vmatrix} = \frac{1}{d_{11}} \begin{vmatrix} d_{11} & \dots & d_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{k1} & \dots & d_{kk} \end{vmatrix} > 0 \quad (k = 2, \dots, n) \tag{2.20}$$

Z (2.15) vyplýva, že $c_i^* \geq 0 (i = 2, \dots, n)$ pre hociaké $c_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$ a podľa indukčného predpokladu, (2.17) má nezáporné riešenie $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$, $x_3 \geq 0$, …, $x_n \geq 0$ pre túto množinu c_i^* $(i = 2, \dots, n)$. Tak nech

$$x_1 = \frac{1}{d_{11}} \left(c_1 - \sum_{j=2}^{n} d_{1j} x_j \right), \tag{2.21}$$

podľa (2.13). Tým sme dostali nezáporné riešenie $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, …, $x_n \geq 0$ pre (2.14). Z pohľadu ekvivalencie (2.10) a (2.14) sú tieto $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, …, $x_n \geq 0$ riešeniami (2.10). Takže (2.10) spĺňa (II).

(iii) (II)→(I). Ako už bolo povedané, toto je zrejmé.

(iv) Teraz keď už máme ekvivalenciu (I), (II) a (III) dokázanú, je ekvivalencia (IV) s predchádzajúcimi tromi ľahko viditeľná. Implikácia (IV)→(III) je zrejmá a ďalej ak (II) platí, tak súbežným a identickým prečíslovaním rovníc a neznámych každá štvorcová podmatica koeficientov matice systému (2.10) sa stane ľavou hornou štvorcovou podmaticou prečíslovaného systému. Determinant ani platnosť (2.10) sa prečíslovaním nezmení a tak aplikovaním (II)→(III) na prečíslovaný systém vidíme, že všetky štvorcové podmatice originálne matice koeficientov sú kladne definitné. To dokazuje platnosť (II)→(IV). A tým je celé tvrdenie dokázané.

2.2 Multiplikátory

Hlavným účelom input-output analýzy je určit vplyvy na ekonomiku od premenných ktoré exogénne do modelu vstupujú. Takejto analýze pri zmene v spotrebe daného produktu jedného alebo viacerých agentov (vláda, domácnosti, zahraničie) hovoríme *dopadová analýza*. Príkladom môže byť už spomínaný vplyv zmeny v dopyte vlády po bojových lietadlách na výrobu osobných áut. Na druhej strane ak z dlhodobého hľadiska predpovedáme spotrebu výrobkov každého sektora, hovoríme o *plánovaní* alebo *prognózovaní*. Pri dopadových analýzach sa vyžíva najzákladnejšia forma Leontiefovskej inverzie $X = (I - A)^{-1}Y$. Preto použiteľnosť tejto metódy veľmi závisí od dobrej prognózy konečnej spotreby Y a od koeficientov matice A. Čím je však obdobie dlhšie, prognóza sa stáva menej presnou a tým aj dopad na jednotlivé sektory, lebo koeficienty matice A (a teda aj inverznej matice $(I - A)^{-1}$) sa v čase neustále menia. Preto je dôležité nielen čo najlepšie odhadnúť budúci vývoj konečnej spotreby nejakým ekonometrickým modelom, ale aj upraviť koeficienty matice A pre budúce obdobia. Na to existujú viaceré metódy, ja sa nimi zaoberať nebudem. Využitie Leontiefovskej inverzie pri dopadových štúdiách sa niekedy nazýva aj metóda multiplikátorov, ktorá dopady zmien v konečnej spotrebe meria tzv. multiplikátormi. Najzákladnejšími typmi multiplikátorov sú tie, ktoré určujú vplyv exogénnych zmien na (a) výrobu sektorov, (b) príjem domácností ako dôsledok zvýšenej výroby a (c) zamestnanosť (vo fyzických množstvách) ktorú vygeneruje zvýšená výroba.

Základným princípom krorý metóda multiplikátorov využíva je to, že ak sa zvýši konečná spotreba v i-tom sektore o jednotku, musí sektor i o jednotku viac vyrobiť (alebo aj doviezť zo zahraničia), čomu hovoríme *priamy efekt*. Ale zvýšenie výroby v sektore i je podmienené zvýšením výroby aj v ostatných $(n-1)$ sektoroch, ktoré sú dodávateľmi vstupov pre sektor i. Tomuto efetku hovoríme *nepriamy efekt*. Do modelu však môžme zahrnúť aj spotrebu a príjmy domácnosti, lebo ich dodatočný príjem zo zvýšenej výroby vyvolá tzv. *indukovaný efekt*, ktorý je spôsobený spotrebou tohto príjmu zo zvýšenej výroby vo všetkých n sektoroch. Multiplikátory ktoré zahŕňajú len priame a nepriame efekty sa nazývajú *základné*. Ak zahrnieme priame, nepriame a aj indukované efekty, hovoríme o *totálnych* multiplikátoroch.

2.2.1 Multiplikátor výroby

Pre sektor j je multiplikátor výroby definovaný ako hodnota celkovej výroby vo všetkých sektoroch potrebnej na uspokojenie jednotky konečnej spotreby výrobkov sektora j. Nech $\Delta Y(j)$ je stĺpcový vektor, ktorý má v j-tom riadku jednotku a všade inde nuly, čím udáva zvýšenie konečnej spotreby v j-tom sektore o jednotku. Následne $\Delta X(j)$ udáva zmenu výroby v ostatných sektoroch spôsobenú $\Delta Y(j)$. Zo vzťahu (2.9) dostávame, že $\Delta X(j) = (I-A)^{-1}\Delta Y(j)$. Základný multiplikátor výroby pre sektor j sa teda rovná súčtu prvkov j-teho stĺpca Leontiefovej inverznej matice:

$$O_j = i'\Delta X(j) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} \tag{2.22}$$

Ak chceme zahrnúť aj indukované efekty, rozšírime maticu A o riadok (príjmy) a stĺpec (spotrebu) domácností a dostaneme maticu $\overline{A}$ a taktiež vektory $\Delta X(j)$ a $\Delta Y(j)$ sa stanú zvýšením dimenzie o jednu $\Delta\overline{X}(j)$ resp. $\Delta\overline{Y}(j)$. Po výpočte Leontiefovej inverzie $(I-\overline{A})^{-1}$ s prvkami $\overline{\alpha}_{ij}$ dostaneme, že totálny multiplikátor výroby sa rovná

$$\overline{O}_j = i'\Delta\overline{X}(j) = i'(I-A)^{-1}\Delta\overline{Y}(j) = \sum_{i=1}^{n}\overline{\alpha}_{ij} \tag{2.23}$$

2.2.2 Multiplikátor príjmov

Multiplikátor príjmov udáva zvýšenie príjmov domácností (príjmy z pracovnej činnosti) ako dôsledok zvýšenia konečnej spotreby v jednom sektore o jednotku. V rozšírenej matici $\overline{A}$ je v riadku pridanej hodnoty prácou domácností (v poslednom) do j-teho sektora prvok $a_{n+1,j}$, ktorý udáva, aký majú príjem domácnosti z jednotky vyrobenej v j-tom sektore. Po zvýšení konečnej spotreby výrobkov j-teho sektora sa tento príjem musí zvýšiť a zvýši sa práve $\alpha_{i,j}$-krát (stĺpec Leontiefovej inverzie, ako pri multiplikátore výroby), takže základný multiplikátor príjmov H_j pre sektor j sa rovná:

$$H_j = \sum_{i=1}^{n} a_{n+1,i}\alpha_{ij} \tag{2.24}$$

Totálny multiplikátor zahŕňajúci aj indukovaný efekt zvýšeného príjmu dostaneme ak použijeme rozšírenú maticu $\overline{A}$ a prvky $\overline{\alpha}_{ij}$ inverzie $(I-\overline{A})^{-1}$:

$$\overline{H}_j = \sum_{i=1}^{n+1} a_{n+1,i}\overline{\alpha}_{ij} \tag{2.25}$$

2.2.3 Multiplikátor zamestnanosti

Ak chceme odhadnúť vzťah medzi zvýšenou výrobou v dôsledku dodatočnej konečnej spotreby a zvýšením zamestnanosti (vo fyzických veličinách), môžme použiť multiplikátor zamestnanosti pre jednotlivé odvetvia. Označme počet zamestnancov v i-tom odvetví hospodárstva l_i a podobne ako pri multiplikátore príjmov pre jednotlivé odvetvia pridajme do posledného riadku prvky $w_{n+1,i} = l_i/X_i$, tzv. *koeficienty prácnosti* vyjadrujúce počet zamestnancov na jednotku výroby v každom sektore. Základný multiplikátor E_j pre sektor j dostávame zo vzťahu:

$$E_j = \sum_{i=1}^{n} w_{n+1,i}\alpha_{ij} \tag{2.26}$$

a totálny multiplikátor použitím prvkov $\overline{\alpha}_{ij}$ inverzie $(I - \overline{A})^{-1}$ pre sektor j:

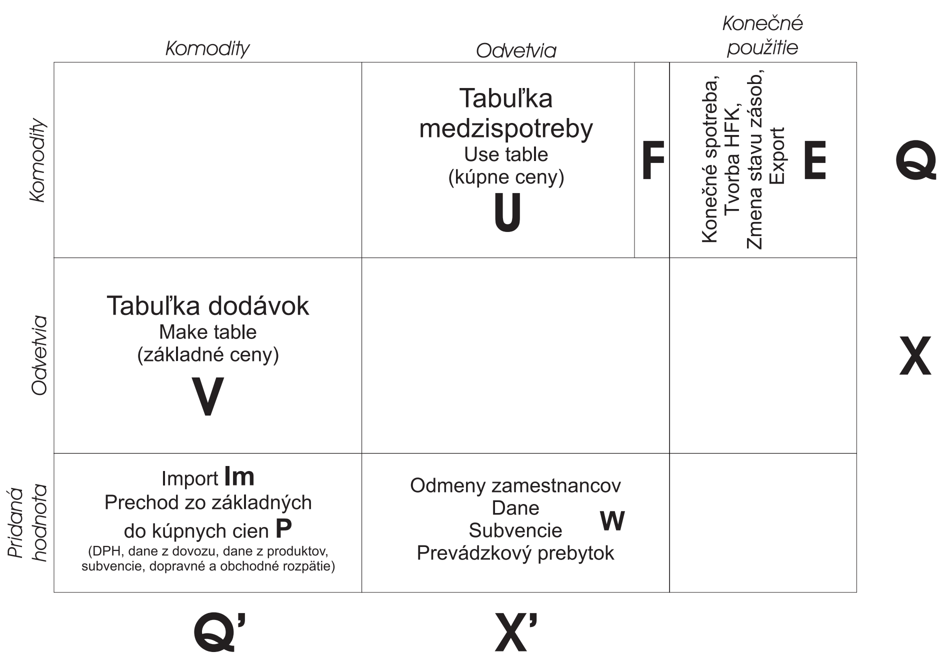
$$\overline{E}_j = \sum_{i=1}^{n+1} w_{n+1,i}\overline{\alpha}_{ij} \tag{2.27}$$

2.3 Komoditno-odvetvové tabuľky

V časti (2.1) bol opísaný postup na výpočet technických koeficientov z údajov o tokoch medzi odvetviami z_{ij}. Lenže tie zachytávali priamo toky medzi odvetviami a v praxi je ťažké zistiť tieto hodnoty, keďže ekonomické subjekty neprodukujú iba jeden typ výrobkov ale viacero druhov. Subjekty sú potom zaradené do sektorov podľa toho, ktoré výrobky predstavujú najväčšiu časť ich produkcie. Príkladom môže byť továreň vyrábajúca chemikálie a výrobky z gumy a popri tom ešte poskytuje tepelnú energiu domácnostiam v okolí. Podľa toho, ktorá činnosť predstavuje najväčšiu časť produkcie, do toho sektora je daný podnik zaradený. Z toho dôvodu sa sleduje produkcia odvetví podľa výrobkov a objemy výroby sa zaznamenajú v *tabuľke dodávok*. Ak riadky predstavujú odvetvia a stĺpce komodity, súčty po riadkoch predstavujú hrubú produkciu odvetí a súčty po stĺpcoch dávajú hrubú produkciu podľa komodít. Na diagonále sú primárne produkty výroby odvetví, mimo diagonály sú sekundárne produkty. Takže z matice dodávok máme presný obraz o tom, ktoré odvetvie aké produkty vyrába, ale nevieme nič o vzťahoch nedzi odvetviami. K tomu slúži *tabuľka medzispotreby*. Tá pre každý sektor udáva v akom množstve spotreboval jednotlivé statky na svoju produkciu. Ak riadky predstavujú komodity, tak súčet v každom riadku udáva aké množstvo danej komodity sa spotrebovalo vo výrobe. Ak k tomu pričítame konečnú spotrebu a export, dostaneme celkové množtvo použitých statkov. Stĺpce tabuľky medzispotreby predstavujú odvetvia a tak súčty po stĺpcoch predstavujú celkové množstvá spotreby statkov vo výrobe jednotlivých odvetví. Keď k nim pripočítame ostatné náklady na výrobu (odmeny zamestnancov, prevádzkový prebytok a pod.), dostaneme celkový objem produkcie podľa odvetví. Tieto dve tabuľky spolu dávajú obraz o medziodvetvových tokoch na základe dodávok a medzispotreby komodít.

Štatistický úrad vydal v januári 2001 publikáciu "Komoditno-odvetvové tabuľky dodávok a použitia v SR za rok 1998" ktorá je hlavným zdrojov dát pre moju diplomovú prácu. Tieto tabuľky boli metodicky spracované podľa Európskeho systému národných a regionálnych účtov ESA 1995. Tabuľky dodávok a použitia majú tvar matice, pri stĺpcoch je na vyjadrenie štruktúry ekonomiky použitá Odvetvová klasifikácia ekonomických činností (OKEČ), v riadkoch sú uvedené komodity, ktoré sú definované podľa Klasifikácie produkcie (KP). Tabuľka dodávok (*Suply* alebo *Make table*) zobrazuje dodávky komodít, pričom rozlišuje medzi zdrojmi z domácej produkcie a dovozom. Tabuľka použitia (*Use talble*) sa delí na dve časti. Prvou je matica medzispotreby, ktorá zobrazuje vstupy do výrobného procesu v rovnakej štruktúre ako tabuľka dodávok. Druhou je konečné použitie a obsahuje stĺpcové vektory konečnej spotreby domácností, štátnej správy a neziskových inštitúcií, tvorby hrubého fixného kapitálu, zmeny stavu zásob a vývozu výrobkov a služieb. Tabuľka pridanej hodnoty (*Value added table*) zobrazuje pridanú hodnotu v členení na zložky odmeny zamestnancov, dane na produkciu, subvencie na produkciu, hrubý prevádzkový prebytok, spotreba fixného kapitálu a čistý prevádzkový prebytok. Produkcia je zadaná v základných cenách, použitie je zadané v kúpnych cenách a to z dôvodu aby sa zachytili toky ako reálne prebiehajú. Vybilancovanie zo základných do kúpnych cien je zadané vektormi obchodného a dopravného rozpätia, daní a subvencií na produkty a na vektor dovozu. A v tom je rozdiel medzi štandardnom používaným vo svete o ktorom existuje veľa literatúry, kde produkcia aj medzispotreba je účtovaná v kúpnych cenách. Keďže v našich tabuľkách je vybilancovanie zadané ako vektor, nie je možné určiť aká časť subvencií na jednotlivé komodity do ktorého sektora smerovala, aké bolo obchodné a dopravné rozpätie pri komoditách vzhľadom na jednotlivé sektory konečnej spotreby, ale len pri komoditách ako celku. Rovnako je to pre dane (DPH, z dovozu, z produktov), je daný iba ich objem podľa kategórií. Ďalším problémom je import. Z matice dodávok vieme koľko sa doma vyprodukovalo (i keď iba v základných cenách), ale pre vektor konečnej spotreby nevieme určiť, aká časť bola z domácej výroby a aká z importovaných statkov, lebo import je zadaný iba ako vektor komodít.

Základná štruktúra dát z ktorých vychádzam je znázornená na nasledujúcej schéme:



Zo schémy vidno, že ak komodity spočítame po riadkoch, pre celkovú produkciu platí $Q = Ui + F + E$ kde U je matica medzispotreby, F je fiktívna jednotka (je to vektor ktorý má všade nuly, len pri komodite poisťovníctvo má hodnotu predstavujúcu fiktívne množstvo nedodané do žiadneho sektora ani do konečnej spotreby) a E je vektor konečnej spotreby. Ak komodity spočítame po stĺpcoch, celkové zdroje dostaneme ako súčet $Q = V'i + Im + P$, kde V je matica dodávok, Im je import a P je vektor prechodu zo základných do kúpnych cien. Teda súčet zdrojov podľa komodít sa rovná produkcii podľa komodít. Rovnako sa súčet produkcie podľa odvetví $X = Vi$ rovná použitiu podľa odvetví $X' = U'i + W'$, kde W je pridaná hodnota (odmeny zamestnancov, dane na produkciu, subvencie na produkciu, ...).

2.4 Model komoditnej technológie

V časti 2.1 sme sa zaoberali technickými koficientami a_{ij}, ktoré vyjadrujú pomer dodávok odvetvia i do odvetvia j k celkovej produkcii odvetvia j a definované sú podľa vzťahu (2.2). Teraz pri komoditno-odvetvovej technológii požijeme koeficienty b_{ij} matice B, ktoré vyjadrujú množstvo komodity i potrebnej na produkciu jednotky odvetvia j a definujeme ich ako

$$b_{ij} = \frac{u_{ij}}{x_j} \tag{2.28}$$

kde u_{ij} sú prvky matice medzispotreby U (komodity×odvetvia), v maticovom tvare

$$B = U(XI)^{-1} \tag{2.29}$$

Vektor produkcie podľa komodít Q je teda daný ako

$$Q = BX + F + E \tag{2.30}$$

kde E je vektor konečnej spotreby podľa komodít a F je fiktívna jednotka. Rovnako vypočítame koeficienty c_{ij} matice C, ktoré vyjadrujú množstvo produkcie odvetvia i potrebnej na produkciu jednotky komodity j

$$c_{ij} = \frac{v_{ij}}{x_i} \tag{2.31}$$

kde v_{ij} sú prvky matice medzispotreby V (odvetvia×komodity), v maticovom tvare

$$C = V'(XI)^{-1} \tag{2.32}$$

Vektor produkcie podľa komodít Q bez importu Im a vektora prechodu zo základných do kúpnych cien P daný pomocou matice C je

$$Q - Im - P = CX \tag{2.33}$$

čo môžme prepísať do tvaru

$$X = C^{-1}(Q - Im - P) \tag{2.34}$$

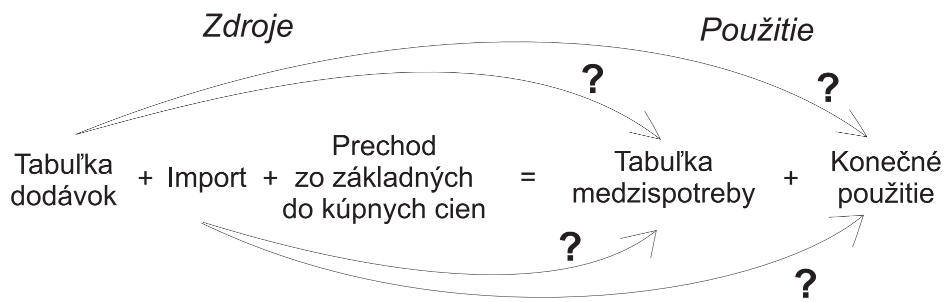
a ak to dosadíme do vzťahu (2.30) dostaneme

$$Q = BC^{-1}(Q - Im - P) + F + E \tag{2.35}$$

a úpravou použitím jednoduchej algebry

$$\begin{aligned} Q - BC^{-1}Q &= F + E - BC^{-1}(Im + P) \\ (I - BC^{-1})Q &= F + E - BC^{-1}(Im + P) \\ Q &= (I - BC^{-1})^{-1}(F + E - BC^{-1}(Im + P)) \end{aligned} \tag{2.36}$$

čo je len ďalšia definícia Leontiefovskej inverznej matice, tentoraz použitím komoditnej technológie, keďže využívame maticu C koeficientov množstva výroby odvetví na produkciu komodít a maticu B koeficientov množstva produkcie komodít na výrobu odvetví. A v tom je rozdiel medzi základným modelom opísaným v časti 2.1. Matica objemu tokov medzi odvetviami nie je zadaná, ale je zadaná matica dodávok a použitia a teda matica celkových potrieb (total requirements matrix) $(I - BC^{-1})^{-1}$ nahradila Leontiefovu inverziu $(I - A)^{-1}$. Je tu síce rozdiel medzi štandardnou formou $Q = (I - BC^{-1})^{-1}E$ ktorá sa využíva ak nie je zadaný import a prechod do kúpnych cien, ale nič to nemení na veci, že vieme určiť aká časť celkových zdrojov je generovaná zložkami konečnej spotreby. Podotýkam že nie je možné určiť časti celkovej domácej výroby, ale celkových zdrojov, lebo zložky konečnej spotreby nie sú diferencované na spotrebu tuzemských a importovaných statkov. Nasledujúca scéma popisuje problém neznámeho rozdelenia doma vyrobených a importovaných zdrojov do medzispotreby a konečnej spotreby.



Tento problém by odstránili komoditno odvetvové tabuľky s medzispotrebou členenou na importované a domáce zdroje. Toto členenie je však veľmi náročné, lebo spotrebiteľ často netuší či je daný výrobok tuzemský alebo dovezený. Príkladom môžu byť pohonné hmoty. Na čerpacích staniciach nakupujú podnikatelia, domácnosti aj verejná správa. Benzín ktorý kúpia môže byť jeden deň zo Slovnaftu a na druhý deň dovezený zo zahraničia. Predajca nemôže evidovať komu aký benzín predal, lebo to nevie a kupujúci tiež netuší aký benzín v daný deň kupuje.

Teoretický výsledok odvodený vo vzťahu (2.36) je možné interpretovať jednoduchou úvahou aj takto: Importu Im a vektor prechodu zo základných do kúpnych cien P predstavujú vlastne časť vstupov, lebo objem vstupov sme dostali ako súčet dodávok v matici produkcie po stĺpcoch ktoré boli v základných cenách, k tomu sa pridal import a pričítal vektor vybilancovania do kúpnych cien. Rovnicu (XY) môžme prepísať na tvar, kde na pravej strane máme objem výroby pre konečné použitie (a fiktívnu jednotku), ktorý dostaneme ako $(I - BC^{-1})^{-1}(F + E)$. Na ľavú stanu dáme zdroje v kúpnych cenách Q, k nim pričítame výraz $(I-BC^{-1})^{-1}BC^{-1}(Im+P)$, ktorý nám tak povediac v rovnici (XY) na pravej strane zavadzia. Po úpravách dostaneme

$$\begin{aligned} Q + (I - BC^{-1})^{-1}BC^{-1}(Im + P) &= (I - BC^{-1})^{-1}(F + E) \\ Q + (CB^{-1} - I)^{-1}(Im + P) &= (I - BC^{-1})^{-1}(F + E) \end{aligned} \tag{2.37}$$

Označme si $(CB^{-1}-I)^{-1}(Im+P)$ ako $\dot{Q}$. Potom

$$\begin{aligned}
&\dot{Q} = (CB^{-1}-I)^{-1}(Im+P)\\
&(CB^{-1}-I)\dot{Q} = Im+P\\
&CB^{-1}\dot{Q} = \dot{Q}+Im+P\\
&\dot{Q} = BC^{-1}(\dot{Q}+Im+P)\\
&\dot{Q}+Im+P = BC^{-1}(\dot{Q}+Im+P)+Im+P\\
&(I-BC^{-1})(\dot{Q}+Im+P) = Im+P\\
&\dot{Q} = (I-BC^{-1})^{-1}(Im+P)-(Im+P)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

a ak $\dot{Q}$ pričítame k $Q = V'i + Im + P$, dostaneme, že

$$Vi + (I-BC^{-1})^{-1}(Im+P) = (I-BC^{-1})^{-1}(F+E) \tag{2.39}$$

čo je len potvrdením predpokladu, že na pokrytie konečnej spotreby sa časť produkcie vyrobí doma a časť sa musí pokryť importom. Lenže ak by sa dovezené produkty vyrobili doma, domáca výroba by nevzrástla iba o $(Im+P)$, ale o $(I-BC^{-1})^{-1}(Im+P)$. To by však už tento vzťah nemohol platiť, lebo zmenou v domácej výrobe by sa zmenili koeficienty matíc B a C, čiže je to len taká teoretická úvaha.

Kapitola 3

Analýza na údajoch za slovenskú ekonomiku v roku 1998

3.1 Vzťah importu a domácej produkcie

V tejto časti sa zameriam na aplikáciu teoretických úvah a numerický výpočet ukazovateľov z predchádzajúcej časti práce. Zameriam sa hlavne na porovnanie efektov ktoré vyvolávajú zložky konečnej spotreby vzhľadom na domácu produkciu a import. Vychádzam z rovnice:

$$Q + (I - BC^{-1})^{-1}(Im + P) - (Im + P) = (I - BC^{-1})^{-1}(F + E) \quad (3.1)$$

Pozrime sa najprv na člen

$$\dot{Q} = (I - BC^{-1})^{-1}(Im + P) - (Im + P) \quad (3.2)$$

a porovnajme ho s domácou produkciou Q po častiach, čiže $\dot{Q}_{Im}$ a $\dot{Q}_P$. V nasledujúcej tabuľke uvádzam pre porovnanie k celkovej domácej výrobe aj percentuálny pomer $\dot{Q}_{Im}/(Q - Im)$, ktorý znamená asi to, o koľko by mohla vzrásť domáca výroba ak by sme si všetko vyprodukovali na Slovensku, teda nielen že by sa zvýšila výroba o import, ale aj o nepriamu výrobu spôsobenú zvýšenou výrobou, odhliadnuc od prechodu do kúpnych cien. Uvádzam sektory s piatimi ňajvyššími a najnižšími hodnotami. U komodít ktoré sa nedovážajú je tento pomer veľmi malý. Čísla sú veľmi vysoké u komodít, ktorých import v porovnaní s domácou produkciou je veľmi vysoký. Sme malá krajina a mnohé suroviny alebo potraviny jednoducho sami vyprodukovať nemôžme. Na druhej strane je aj vysoký export a hlavne podiel re-exportu je vysoký. Ako sa ukáže ďalej, konečná spotreba domácností a verejnej správy sú v porovnaní s exportom dosť nízke.

	Q	$\dot{Q}_{Im}$	$\dot{Q}_P$	$\frac{\dot{Q}_{Im}}{(Q-Im)}$
Verejná správa ,obrana ,súdy	75	1	75	2%
Zdravotníctvo,sociálna starostlivost	42	1	41	3%
Školstvo	30	2	30	5%
Maloobchod	3	0	3	14%
Stavebné práce	166	24	161	15%
Guma a plasty	42	48	24	200%
Kanc.stroje,pocítace,el.stroje a prístroje	80	81	40	205%
Motorové vozidlá,prívesy a návesy	133	225	76	297%
Uhlie,rašelina	15	28	5	541%
Ropa, plyn,urán,rudy	48	159	8	2011%

3.2 Produkcia generovaná zložkami konečnej spotreby

Vzťah (3.1) nám umožňuje rozdeliť celkové zdroje výroby podľa toho, ktorá časť konečnej spotreby ich generuje. Ak sa vrátime ešte k časti 2.1 tak základná myšlienka input-output analýzy je, že množstvo vyrobených statkov v jednotlivých odvetviach závisí podľa vzťahu $X = (I - A)^{-1}Y$ od konečnej spotreby. Tá sa môže deliť na rôzne časti, tu sa budeme zaoberať len základným členením na konečnú spotrebu domácností, verejnú spotrebu, zmenu stavu zásob, tvorbu hrubého fixného kapitálu a export.

$$E = E_{dom} + E_{ver} + E_{zsz} + E_{thfk} + E_{ex} \tag{3.3}$$

V nasledujúcej tabuľke sú jednotlivé zložky konečnej spotreby v porovnaní s celkovými zdrojmi.

Produkcia	1804	Medzispotreba	1132
Dovoz	542	Konečná spotreba domácností	395
Zdroje v základných cenách	2346	Konečná spotr. štát. správy	166
Prechod do kúpnych cien	79	Tvorba hrubého fix. kapitálu	286
		Zmena stavu zásob	-15
		Vývoz	459
Zdroje SPOLU	2424	Použitie SPOLU	2424

Keďže fiktívnu jednotku F môžme zanedbať, pre jednotlivé produkcie generované zložkami konečnej spotreby dostaneme nahradením celkovej konečnej spoteby spotrebou domácností, verejnou spotrebou, zmenou stavu zásob, tvorbou hrubého fixného kapitálu a exportom vo vzťahu (3.1).

$$\begin{aligned} Q_{dom} + Q_{ver} + Q_{zsz} + Q_{thfk} + Q_{ex} = \\ = (I - BC^{-1})^{-1}(E_{dom} + E_{ver} + E_{zsz} + E_{thfk} + E_{ex}) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Pre porovnanie v tabuľke uvádzam podiely konečnej spotreby sektorov na celkovej konečnej spotrebe a podiel produkcie generovanej konečnou spotrebou na celkových zdrojoch $Q + \dot{Q}$

Sektor	$\frac{E_{sektora}}{E}$	$\frac{Q_{sektora}}{Q+\dot{Q}}$
Domácnosti	30,6%	29,8%
Štát.správa a nezisk. org.	12,9%	9,1%
Tvorba hrubého fix.kapitálu	22,1%	23,0%
Zmena stavu zásob	-1,2%	-1,8%
Vývoz	35,5%	39,4%

Ďalej nás zaujíma, ako zložky konečnej spotreby ovplyvnili produkciu jednotlivých komodít a hlavne aký bol pomer generovanej produkcie ku konečnej spotrebe. Zaujíma nás teba napriklad akú produkciu generovala jednotka konečnej spotreby domácností. To dostaneme ako pomer

$$\frac{Q_{sektor}}{E_{sektor}} \tag{3.5}$$

Pre celkové produkcie a konečné spotreby sektorov vyšli nasledovné hodnoty :

Konečná spotreba domácností	2,99 Sk
Konečná spotreba štát. správy a nezisk. org.	2,18 Sk
Tvorba hrubého fix. kapitálu	3,19 Sk
Zmena stavu zásob	4,72 Sk
Vývoz	3,40 Sk

z čoho vyplýva, že zmena stavu zásob, ale aj export prispieva k produkcii najviac, kdežto verejná spotreba najmenej. Pomery produkcie a pomery k spotrebe jednotlivých komodít rozoberiem podrobnejšie ďalej.

Spotreba domácností

Produkcia generovaná spotrebou domácností je daná vzťahom:

$$Q_{dom} = (I - BC^{-1})^{-1} E_{dom} \tag{3.6}$$

a hodnota produkcie generovanej v celom hospodárstve jednou korunou osobnej spotreby dostaneme ako

$$\frac{Q_{dom}}{E_{dom}} \tag{3.7}$$

Nasleduje tabuľka s najnižšími a najvyššími hodnotami produkcie na 1 Sk konečnej spotreby domácností, pričom sektory, ktorých výrobky domácnosti nespotrebovali som vynechal. Pre porovnanie uvádzam aj hodnoty Q_{dom} a E_{dom} v mld Sk.

	Q_{dom}	E_{dom}	Q_{dom}/E_{dom}
Súkromné domácnosti	8	8	1,00
Odevy, kožušiny	28151	24108	1,17
Zdravotníctvo, sociálna starostlivosť	5058	4115	1,23
Hotelové a reštauračné služby	22788	18289	1,25
Členské organizácie, kultúra, šport, rekreácia	9663	7617	1,27
Školstvo	2609	1929	1,35
Lesnícke výrobky, ryby	5164	395	13,08
Iné obchodné služby	37336	2544	14,68
Peňažníctvo	20109	1342	14,99
Celulóza,papier,výrobky z papiera	24530	1529	16,04
Ropa, plyn, urán, rudy	64429	11	6124,73

Podobne ako pre spotebu domácností uvádzam tabuľky s najnižšou a najvyššou produkciu na 1 Sk konečnej spotreby a taktiež hodnoty generovanej produkcie a konečnej spotreby pre ostatné zložky konečnej spotreby:

Verejná spotreba

	Q_{ver}	E_{ver}	Q_{ver}/E_{ver}
Verejná správa, obrana, súdy	71317	70042	1,02
Školstvo	26949	26459	1,02
Zdravotníctvo, sociálna starostlivosť	36653	35504	1,03
Členské organizácie, kultúra, šport, rekreácia	12294	9897	1,24
Vodná, vzdušná doprava, pom.služby v doprave	11095	6266	1,77
Prenájom nehnuteľností, strojov a prístrojov	7720	179	43,13
Spracovanie dát, údržba počítačov	2476	24	103,17
Pozemná doprava	5608	25	224,32
Stavebné práce	8497	11	772,48
Vydavateľstvo, tlač	3361	4	840,18

Tvorba hrubého fixného kapitálu

	Q_{thfk}	E_{thfk}	Q_{thfk}/E_{thfk}
Nábytok, šperky, hudobné nástroje	10874	8732	1,25
Lode, lokomotívy, lietadlá, motorky	18099	13764	1,31
Stavebné práce	136851	99914	1,37
Stroje a prístroje	106781	64368	1,66
Rádiové, televízne, zdravotnícke zariadenia	57455	29591	1,94
Kovové výrobky	47363	15920	2,98
Motorové vozidlá, prívesy a návesy	46600	13171	3,54
Členské organizácie, kultúra, šport,rekreácia	4626	1305	3,54
Spracovanie dát, údržba počítačov	8784	2370	3,71
Iné obchodné služby	35401	1538	23,02

Zmena stavu zásob

	Q_{zsz}	E_{zsz}	Q_{zsz}/E_{zsz}
Textil	561	-303	-1,85
Kovové výrobky	-586	336	-1,74
Poľnohospodárske výrobky	-16	959	-0,02
Lesnícke výrobky, ryby	-7	628	-0,01
Vydavatelstvo, tlač	202	219	0,92
Kovy, hutnícke výrobky	-5915	-3157	1,87
Stroje a prístroje	-4686	-2431	1,93
Obuv, koža, kožiarske výrobky	-1176	-553	2,13
Motorové vozidlá, prívesy a návesy	-46072	-11442	4,03
Elektrina, plyn, para, teplá voda	-2739	-257	10,66

Export

	Q_{ex}	E_{ex}	Q_{ex}/E_{ex}
Odevy, kožušiny	20326	16955	1,20
Ostatné služby	10831	8154	1,33
Lode, lokomotívy, lietadlá, motorky	14909	10941	1,36
Nábytok, šperky, hudobné nástroje	11868	8484	1,40
Vodná, vzdušná doprava, pom. služby v doprave	28428	18096	1,57
Poisťovníctvo, činnosti s fin. sprostredk.	8266	467	17,69
Prenájom nehnutelností, strojov a prístrojov	20269	720	28,14
Ropa, plyn,urán,rudy	94150	306	307,55
Uhlie,rašelina	18875	12	1 556,34
Elektrina, plyn, para, teplá voda	82132	47	1 732,72

3.3 Zamestnanosť generovaná zložkami konečnej spotreby

V kapitole 2.4 sme si odvodili na základe komoditnej technológie z komoditno - odvetvových tabuliek maticu celkových potrieb $(I - BC^{-1})^{-1}$. Jej prvky α_{ij} vyjadrujú, aké množstvo komodity j je potrebné vyrobiť pre jednotku konečnej spotreby komodity i. Je to teda matica v tvare komodity $\times$ komodity. Zamestnanosť vo fyzických množstvách však sledujeme podľa sektorov a nie komodít. Preto na porovnanie zamestnanosti a konečnej spotreby potrebujeme maticu odvetvia $\times$ komodity a tú dostaneme takto:

$$\begin{aligned} Q &= (I - BC^{-1})^{-1}E \\ X &= C^{-1}Q \\ X &= C^{-1}(I - BC^{-1})^{-1}E \\ X &= (C - B)^{-1}E \end{aligned} \tag{3.8}$$

Zadefinujme si diagonálnu maticu $\hat{a}_0$, ktorá má na diagonále koeficienty prácnosti definované pri multiplikátoroch zamestnanosti ako

$$a_{jj} = \frac{L_j}{X_j} \tag{3.9}$$

vyjadrujúce koľko pracovníkov zamestnaných v j-tom období vyprodukuje jednotku výroby j-teho odvetvia. Ak rovnicu (3.8) prenásobíme touto maticou, dostaneme závislosť zamestnanosti od konečnej spotreby.

$$\begin{aligned} X &= (C-B)^{-1}E \quad /.\hat{a}_0 \\ L &= \hat{a}_0(C-B)^{-1}E \end{aligned} \tag{3.10}$$

Podotýkam, že v našich dátach vektor X predstavuje iba domácu výrobu a je v základných cenách a Q obsahuje aj import a prechod zo základných do kúpnych cien, takže hodnoty ktoré ďalej uvediem vychádzajú zo vzťahu:

$$\begin{aligned} Q &= (I-BC^{-1})^{-1}(E-(Im+P))+Im+P \\ X &= C^{-1}(Q-Im-P) \\ X &= C^{-1}(I-BC^{-1})^{-1}(E-(Im+P)) \\ X &= (C-B)^{-1}E \\ L &= \hat{a}_0(C-B)^{-1}(E-(Im+P)) \end{aligned} \tag{3.11}$$

Pre zamestnanosť L platí vzťah:

$$L + \hat{a}_0(C-B)^{-1}(Im+P) = \hat{a}_0(C-B)^{-1}E \tag{3.12}$$

čo znamená, že zmamestnanosť v odvetviach hospodárstva ku ktorej pričítame takzvanú zamestnanosť $\dot{L}$ na import a vybilancovanie do kúpnych cien sa rovná zamestnanosti ktorú generuje konečná spotreba. Tento vzťah nám nedokáže dať obraz o závislosti zamestnanosti na Slovensku od sektorov konečnej spotreby, lebo produkcia odvetví je v základných cenách a konečná spotreba zahŕňa importované komodity a je v kúpnych cenách. Môžme si však porovnať štruktúru zamestnanosti generovanej konečnou spotrebou so štruktúrou konečnej spotreby podľa sektorov a produkciu spomínanú v predchádzajúcej časti.

Sektor	$\frac{E_{sektora}}{E}$	$\frac{Q_{sektora}}{Q+\dot{Q}}$	$\frac{L_{sektora}}{L+\dot{L}}$
Domácnosti	30,6%	29,8%	30,2%
Štát.správa a nezisk. org.	12,9%	9,1%	16,0%
Tvorba hrubého fix.kapitálu	22,1%	23,0%	22,0%
Zmena stavu zásob	-1,2%	-1,8%	-0,9%
Vývoz	35,5%	39,4%	32,3%

Z uvedenej tabuľky vidno, že štátna správa má vyšší pomer zamestnanosti generovanej spotrebou na celej zamestnanosti oproti generovanej produkcii a spotrebe, kdežto u exportu je to opačne. Dalo by sa očakávať, že výpadkom v spotrebe štátnej správy by vznikla vyššia nezamestnanosť ako pri znížení exportu a naopak, zvýšenie exportu neprinesie až toľko nových pracovných miest ako spotreba štátnej správy. Porovnajme si pomer

$$\frac{L_{sektor}}{E_{sektor}} \tag{3.13}$$

čo je zamestnanosť generovaná jednotkou konečnej spotreby sektora (domácnosti, štát, tvorba hr. fix. kapitálu, export). Uvedené hodnoty v tabuľke predstavujú počet zamestnancov na mld. Sk.

Konečná spotreba domácností	2382
Konečná spotreba štát. správy a nezisk. org.	2987
Tvorba hrubého fix. kapitálu	2394
Zmena stavu zásob	1864
Vývoz	2190

z čoho vidno, že na export je potrebných najmenej zamestnancov a na verejnú spotreba najviac, čo je presne opačný výsledok ako pri produkcii generovanej konečnou spotrebou. Pomery generovanej zamesnanosti k spotrebe podľa jednotlivých komodít rozoberiem ďalej podrobnejšie pre všetky zložky konečnej spotreby.

Spotreba domácností

Podobne ako pri produkcii generovanej konečnou spotrebou domácností uvádzam pomer generovanej zamestnanosi k spotrebe v mld. Sk.

	L_{dom}	E_{dom}	L_{dom}/E_{dom}
Prenájom nehnuteľností, strojov a prístrojov	10479	31178	336
Vodná, vzdušná doprava, pom.služby v doprave	1768	4412	401
Hotelové a reštauračné služby	11921	18289	652
Ostatné služby	3019	3651	827
Potraviny,tabak	119069	126482	941
Peňažníctvo	13560	1342	10106
Čistenie odpad. vôd a nakladanie s odpadmi	10789	671	16085
Lesnícke výrobky, ryby	11067	395	28033
Uhlie, rašelina	32724	1019	32099
Ropa, plyn, urán, rudy	35343	11	3359780

Verejná spotreba

	L_{ver}	E_{ver}	L_{ver}/E_{ver}
Vodná, vzdušná doprava, pom.služby v doprave	4161	6266	664
Verejná správa, obrana, súdy	80354	70042	1147
Koks, výrobky z ropy, chemické výrobky	14362	11019	1303
Členské organizácie, kultúra, šport, rekreácia	13369	9897	1351
Hotelové a reštauračné služby	2049	1203	1703
Poľnohospodárske výrobky	10702	264	40536
Spracovanie dát, údržba počítačov	1320	24	55007
Pozemná doprava	3440	25	137580
Stavebné práce	3217	11	292473
Vydavateľstvo, tlač	1928	4	482045

Zmena stavu zásob

	L_{zsz}	E_{zsz}	L_{zsz}/E_{zsz}
Stavebné práce	70109	99914	702
Motorové vozidlá, prívesy a návesy	9744	13171	740
Nábytok, šperky, hudobné nástroje	10968	8732	1256
Lode, lokomotívy, lietadlá, motorky	18152	13764	1319
Kovové výrobky	27904	15920	1753
Stroje a prístroje	169875	64368	2639
Výskum a vývoj	4251	1476	2880
Poľnohospodárske výrobky	2391	704	3396
Členské organizácie, kultúra, šport, rekreácia	4945	1305	3789
Iné obchodné služby	14376	1538	9347

Tvorba hrubého fixného kapitálu

	L_{thfk}	E_{thfk}	L_{thfk}/E_{thfk}
Lesnícke výrobky, ryby	1	628	1
Poľnohospodárske výrobky	74	959	78
Koks, výrobky z ropy, chemické výrobky	2049	3266	627
Celulóza, papier, výrobky z papiera	-2870	-3953	726
Guma a plasty	3170	4339	731
Ostatné nerasty	-3636	-1447	2512
Odevy, kožušiny	4310	1675	2574
Elektrina, plyn, para, teplá voda	-822	-257	3198
Obuv, koža, kožiarske výrobky	-2941	-553	5314
Uhlie, rašelina	-5392	-974	5535

Export

	L_{ex}	E_{ex}	L_{ex}/E_{ex}
Vodná, vzdušná doprava, pom.služby v doprave	10553	18096	583
Ostatné služby	5954	8154	730
Stavebné práce	3393	4033	841
Motorové vozidlá, prívesy a návesy	64851	70499	920
Kovy, hutnícke výrobky	59358	54731	1085
Výskum a vývoj	3673	269	13649
Lesnícke výrobky, ryby	21616	1202	17978
Ropa, plyn, urán, rudy	51663	306	168764
Elektrina, plyn, para, teplá voda	24375	47	514230
Uhlie, rašelina	59396	12	4897604

3.4 Multiplikátory

V kapitole 2.2 sme sa zaoberali miltiplikátormi výroby, príjmov a zamestnanosti. V kapitole 2.4 sme dostali maticu celkových potrieb $(I - BC^{-1})^{-1}$ ktorá vyjadruje závislosť zdrojov podľa komodít od konečnej spotreby komodít. Multiplikátor výroby však sleduje zmenu výroby jednotlivých odvetví pri zvýšení konečnej spotreby produktov daného sektora o jednotku. Potrebujeme teda maticu nárokov v tvare odvetvia×odvetvia. Vieme však, že $Q = CX$ a teda:

$$\begin{aligned} CX &= (I - BC^{-1})^{-1}E \\ X &= [(I - C^{-1}B)^{-1}C^{-1}]E \end{aligned} \tag{3.14}$$

čím dostávame maticu v tvare komodity×odvetvia. Ale $C^{-1}E = Y$, kde Y je konečná spoteba odvetví, takže matica v tvare $(I - C^{-1}B)^{-1}$ je matica s prvkami α_{ij} vyjadrujúca množstvá produkcie i-teho odvetvia potrebného na uspokojenie jednotky konečnej spotreby odvetvia j. Všeobecnú maticu $(I-A)^{-1}$ z časti 2.2 nahradíme touto maticou $(I-C^{-1}B)^{-1}$ a spolu s údajmi o odmenách zamestnancov a zamestnanosťou v sektoroch vypočítam jednotlivé multiplikátory. Keďže štruktŕa dát nedovoľuje vypočítanie totálnych multiplikátorov, budem sa venovať iba základným, teda tým ktoré zahŕňajú iba priame a nepriame efekty bez indukovaných, ktoré sú vyvolané príjmami domácností z dodatočnej výroby. Výsledky ma zaujali,lebo sa teoreticky dali očakávať a logicky zôvodniť. Pozrime sa aspoň na tie najvýznamnejšie.

Multiplikátor výroby

Najvyšší multiplikátor výroby by mal byť v sektore, ktorý je prepojený s čo najväčším množstvom sektorov a teda zmena v konečnej spotrebe sa prejaví naväčším nárastom výroby. Tak je to u sektora *Motorové vozidlá,prívesy a návesy*, ktorý v roku 1998 síce neprodukoval toľko ako v súčasnosti, ale objem výroby bol aj tak dosť vysoký. Svojou naviazanosťou na dodávateľské sektory dodatočnú jednotku konečnej spotreby premení v celkovej výrobe skoro až na 5 jednotiek celkovej výroby. Čo som však nečakal je sektor *Druhotné suroviny*, ktorý len tesne zaostal za motorovými vozidlami. I keď objemom produkcie predstavuje iba 0,2% celkovej produkcie, je jasné že je previazaný s veľkou časťou hospodársta a dodatočná jednotka v konečnej spotrebe by vyvolala produkcie viac než troch jednotiek v celom hodpodárstve. Najnižší multiplikátor produkcie spomedzi sektorov s produkciu vyššou ako 0,1% celkovej produkcie má sektor *Školstvo*. Takisto sa potvrdil môj predpoklad že tento sektor nemôže ovplyvňovať výrobu v ostatných sektoroch pri zvýšení konečnej spotreby, lebo je to služba s vysokou pridanou hodnotou, čo potvrdilo aj umiestnenie ďalších sektorov hneď za školstvom: peňažníctvo, zdravotníctvo, sociálna starostlivosť, poisťovníctvo.

Motorové vozidlá,prívesy a návesy	4,97
Druhotné suroviny	4,30
Kovy,hutnícke výrobky	3,76
Zdravotníctvo,sociálna starostlivosť	1,91
Peňažníctvo	1,78
Školstvo	1,61

Multiplikátor príjmov

Tento multiplikátore vyjadruje, o koľko si domácnosti ako celok polepšia ak sa konečná spotreba v danom odvetví zvýši o jednotku. Až 0,98 sa vráti do domácností v prípade školstva čo je logické, keďže práve domácnosti využívajú jeho služby najviac.

Školstvo	0,98
Obuv, koža, kožiarske výrobky	0,87
Uhlie, rašelina	0,67
Pošta a telekomunikácie	0,35
Motorové vozidlá,prívesy a návesy	0,32
Prenájom nehnuteľností, strojov a prístrojov	0,18

Multiplikátor zamestnanosti

Tabuľka uvádza multiplikátory zamestnanosti, ktoré vyjadrujú počet nových pracovných miest ak sa konečná spotreba zvýši o milion Sk. Najviac je to v sektore školstva, prinesie to viac ako 6 nových pracovných miest, kdežto najmenej, v odvetví prenájnu nehnuteľností len o necelé jedno pracovné miesto. Postavenie odvetvia školstva na prvom mieste medzi multiplikátormmi je o to zaujímavejšte, že aj pri príjmoch bol najvyšší kdežto multiplikátor výroby bol pri tomto sektore najnižší.

Školstvo	6,1
Obuv, koža, kožiarske výrobky	5,7
Čistenie odpad. vôd a nakladanie s odpadmi	5,1
Ostatné služby	1,3
Predaj, údržba a oprava motorových vozidiel	1,1
Prenájom nehnuteľností, strojov a prístrojov	0,7

Kapitola 4

Záver - zhrnutie, výhľad do budúcna

Cieľom tejto diplomovej práce bolo popísať input-output model, dokázať že platí nielen teoreticky, ale hlavne že aj upravený model s reálnymi hodnotami má veľkú výpovednú hodnotu a využiteľnosť pri dopadových štúdiách a plánovaní. Mierna modifikácia základného modelu bola nutná vzhľadom na dáta, ale myslím že mi len pomohla bližšie pochopiť súvislosti medzi produkciou a spotrebou, lebo obyčajné dosadenie hodnôt do vzorcov by neprinieslo žiadaný efekt a tým bolo pochopenie podstaty input-output modelu. Je veľká škoda že na Slovenku neexistujú lepšie dáta čo sa týka štruktúry i aktuálnosti. Z kvalitnejších dátami by sa totiž dali získať presnejšie informácie o domácej produkcii, čo sa mne nepodarilo dosiahnuť. Imput-output analýza zaznamenala v minulom storočí vo svete veľký rozmach ale na kvalitnú input-output analýzu slovenskej ekonomiky si budeme musieť ešte počkať.

Literatúra

[1] Miller, R.E. Blair, P.D.: *Input Output Analysis: Foundations and Extension*, Prentice-Hall, Inc.,Englewood Cliffs, New Jersey, 1985

[2] Richter, Josef: *Reflections on the empirical foundations of input-output analysis*, Twelfth International Conference on Input-Output Techniques, New York, 1998

[3] Adams, A.A.; Stewart, I.G.: *Input-Output Analysis-Introduction*, The Economic Journal,Vol. 66, No. 263, 1956

[4] Theil, H.; Uribe, P.: *The information Aproach to the Aggregation of Input-Output Tables*, The Review of Economics and Statistics,Vol. 49, No. 4, 1967

[5] Hawkins, D.; Simon, H.A.: *Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability*, Econometrica, Vol. 17, No. 3/4., 1949

[6] Štatistický úrad Slovenskej republiky *Komoditno-odvetvové tabuľky dodávok a použitia v SR za rok 1998* , Štatistický úrad, 2001

[7] Štatistický úrad Slovenskej republiky *Zamestnanci a priemerné mesačné mzdy za rok 1998*, Štatistický úrad, 1999